ESTATÍSTICA BÁSICA- SUMÁRIO (1ª PARTE)

<u>POPULAÇÕES E AMOSTRAS</u>

Os alunos do curso de química analítica instrumental foram contratados para avaliar o teor de nitrato nas águas do Lago dos Manacás.

É necessário que toda a água do lago seja analisada para que se conclua sobre o teor de nitrato?

- **População**: É o conjunto de todos os indivíduos ou elementos, que compartilham um grupo de características comuns. (é um ente teórico, em geral, inatingível).

- **População alvo ou população objeto**: conjunto de indivíduos ou elementos que possuem a informação desejada pelo pesquisador.

- **Amostra**: um subconjunto da população alvo, selecionado sob certas regras, que se presta para estimar, de modo confiável, as informações necessárias ao pesquisador.

- **Quanto a forma de escolha** : probabilística ou aleatória e não probabilística ou determinística.

Amostra aleatória ou probabilística: É aquela na qual cada elemento da população alvo tem uma probabilidade fixa de ser incluído na amostra.

Amostragem determinística ou não probabilística: é aquela que não utiliza seleção aleatória, transferindo o critério de seleção para o julgamento pessoal do pesquisador.

- **Quanto à relação entre as respostas dos indivíduos**: as amostras podem ser independentes (homogênea), pareadas ou emparelhadas (heterogênea).

Amostras independentes: são aquelas nas quais cada indivíduo é ”avaliado ou medido” apenas uma vez durante o período experimental. Isto é, a cada indivíduo está associado a apenas uma resposta.

Amostras pareadas ou aos pares: são aquelas em que cada indivíduo é avaliado duas vezes, em tempos, locais e/ou condições diferentes.

IMPORTÂNCIA DA FORMA DA POPULAÇÃO

METODOLOGIA ESTATÍSTICA

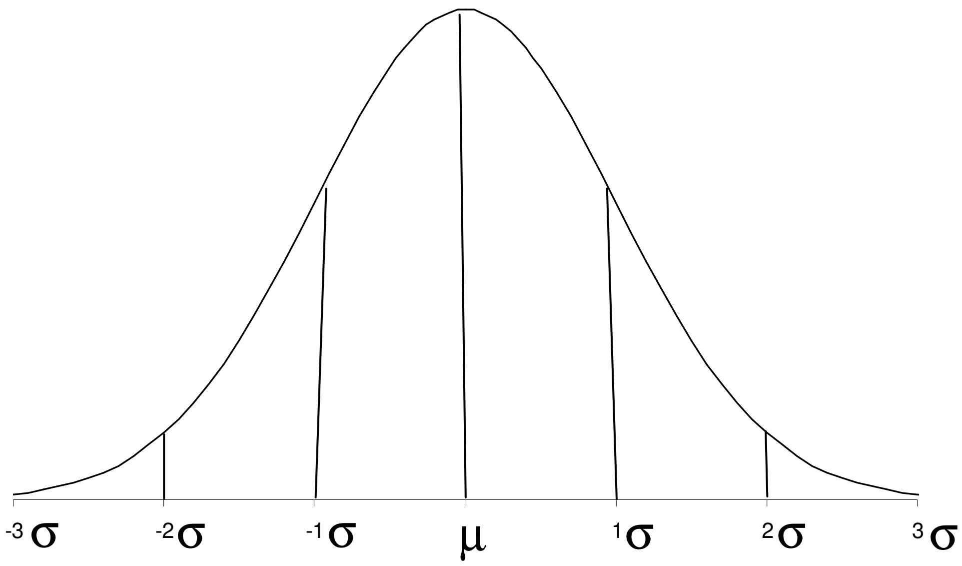
ESTATÍSTICA
PARAMÉTRICA

Média (μ)
Variância (σ^2)
Distribuição normal
ou distribuição de Gauss

ESTATÍSTICA
NÃO-PARAMÉTRICA

Métodos que independem da
forma de distribuição

DISTRIBUIÇÃO NORMAL OU DE GAUSS



$$\int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} \frac{e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,dx = 0.683$$

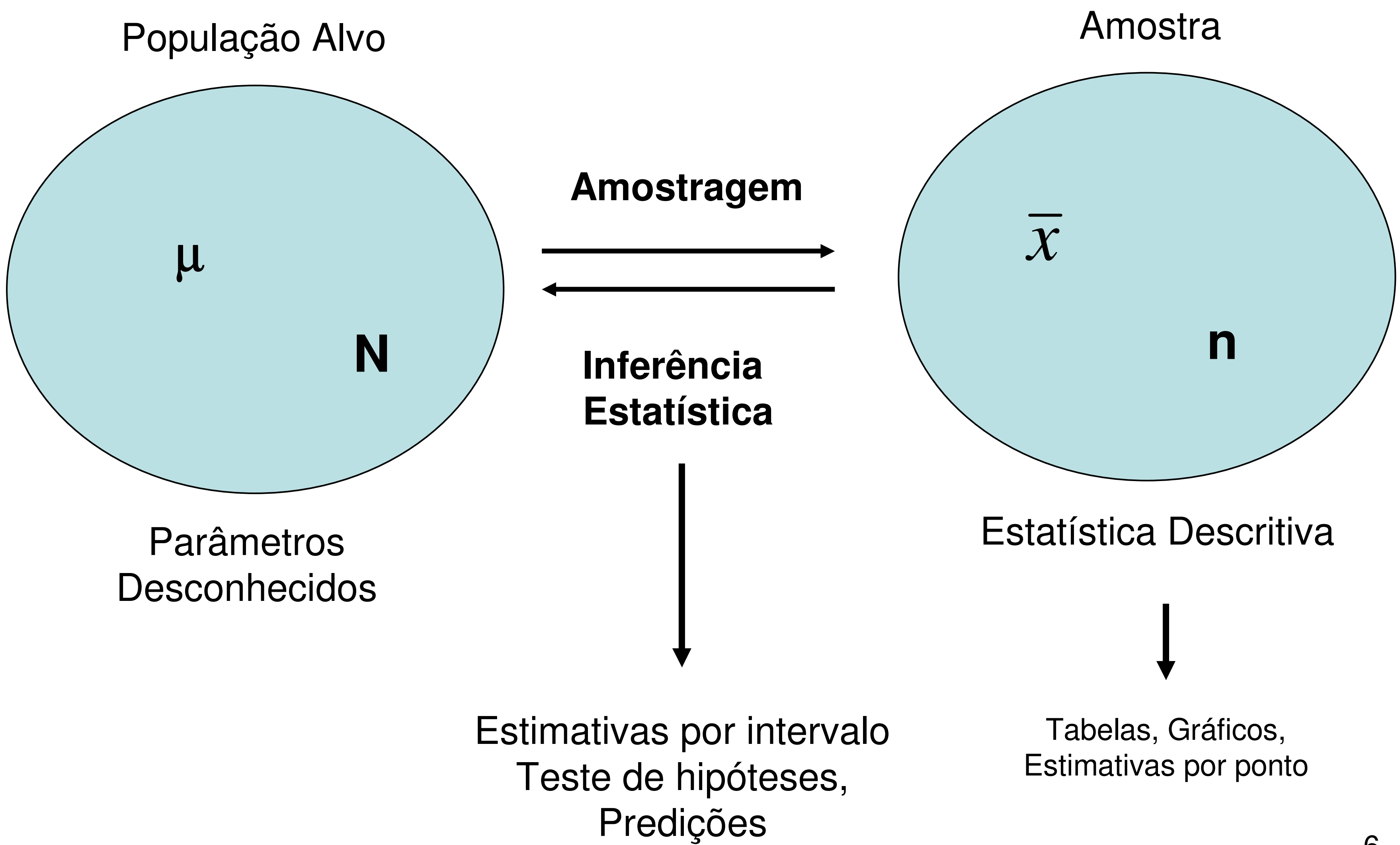
$$\int_{\mu-2\sigma}^{\mu+2.\sigma} \frac{e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,dx = 0.954$$

$$\int_{\mu-3\sigma}^{\mu+3\sigma} \frac{e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,dx = 0.997$$

$$f(x;\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad , \quad -\infty < x < \infty$$

- centrada na média μ ou *x*
- desvio padrão σ ou *s*
- simétrica
- assintótica

PARÂMETROS E ESTIMATIVAS



Suponha como recurso didático que você conheça completamente uma “população”:

Ela tem tamanho N = 5 elementos e está definida através da variável X:

$$X = \{2,4,6,8,10\}$$

$$\mu_{(x)} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\sigma^2_{(x)} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{5} (x_i - \mu)^2}{5} = \frac{1}{5}\left[(2-6)^2 + (4-6)^2 + \ldots + (10-6)^2\right] = \frac{40}{5} = 8$$

Suponha ainda que você não saiba que $\mu_{(x)} = 6{,}0$ e $\sigma^2_{(x)} = 8{,}0$, e que você deseja estimá-las por ponto

Suponha uma amostragem aleatória de tamanho n = 2 com reposição:

$X_2 = 4$, $x_5 = 10$, ($\bar{x} = 14/2 = 7$); $x_1 = 2$, $x_2 = 4$, ($\bar{x} = 6/2 = 3$)

Note que os procedimentos são idênticos, mas como as amostras são aleatórias, isto é, foram obtidas por sorteio, elas podem conter quaisquer dois valores da população (variável X), resultando em diferentes estimativas por ponto para a mesma média populacional

"É nesse contexto que são definidas estimativas por intervalo, também conhecidos como intervalo de confiança. Desse modo, pode-se obter intervalos que, com um* NÍVEL DE CONFIANÇA *estabelecido a priori, contém a média populacional μ."

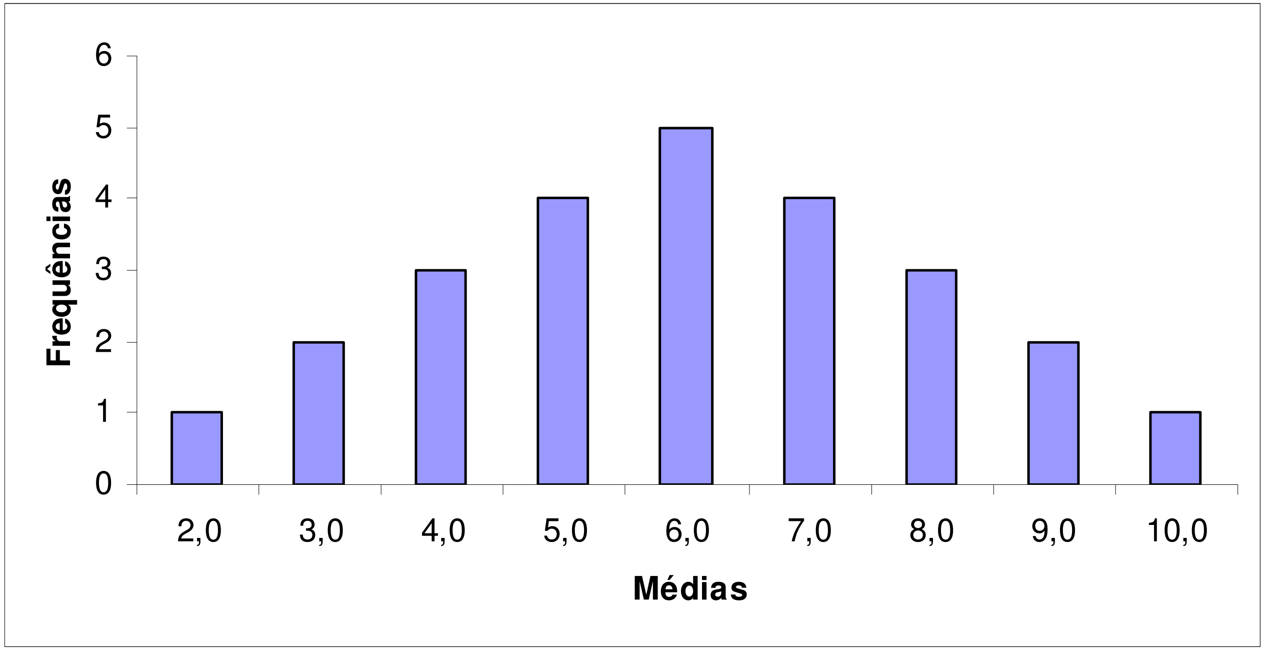
Suponha que sejam retiradas da " população" em questão. Todas as possíveis amostras aleatórias, com reposição, de tamanho n = 2 elementos.

(2;2)	(2;4)	(2;6)	(2;8)	(2;10)
(4;2)	(4;4)	(4;6)	(4;8)	(4;10)
(6;2)	(6;4)	(6;6)	(6;8)	(6;10)
(8;2)	(8;4)	(8;6)	(8;8)	(8;10)
(10;2)	(10;4)	(10;6)	(10;8)	(10;10)

Cada uma dessas 25 amostras fornece estimativas para a média, para a variância e para vários outros parâmetros. No presente caso, as estimativas da média populacional $\mu_{(x)}$ calculadas são:

2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
6,0	7,0	8,0	9,0	10,0

Médias $\bar{x}_j$	Frequências f_j
2,0	1
3,0	2
4,0	3
5,0	4
6,0	5
7,0	4
8,0	3
9,0	2
10,0	1
Total	25



Calculando-se a média e a variância da distribuição de x, pela tabela e inspeção do gráfico, verifica-se numérica e graficamente um teorema importantíssimo na teoria da inferência estatística , o **TEOREMA DO LIMITE CENTRAL**

$$\mu_{(\bar{x})} = \mu_{(x)} = 6{,}0$$

$$\sigma^2{}_{(\bar{x})} = \frac{\sigma^2{}_{(x)}}{n} = \frac{8}{2} = 4{,}0$$

TEOREMA DO LIMITE CENTRAL

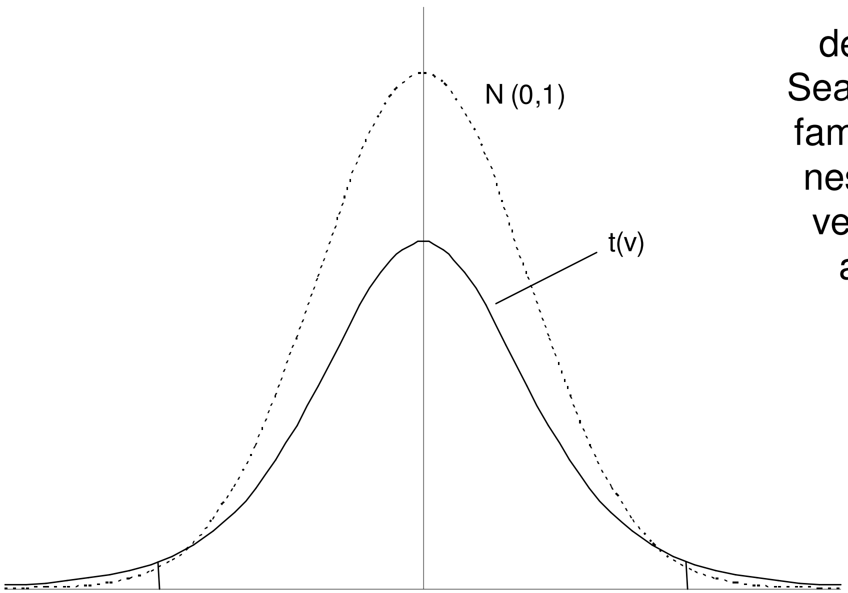
- As técnicas estatísticas que serão apresentadas são robustas em relação o desvio da normalidade.

- Mesmo que a população de interesse não se distribua normalmente, as técnicas podem ser usadas, porque continuam aproximadamente validas.

- Esta robustez vem em última análise, do TEOREMA DO LIMITE CENTRAL, um dos teoremas fundamentais da estatística, que diz essencialmente o seguinte:

“ SE A VARIAÇÃO TOTAL NUMA CERTA VARIÁVEL ALEATÓRIA FOR O RESULTADO DA SOMA DAS FLUTUAÇÕES DE MUITAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES E DE IMPORTÂNCIA MAIS OU MENSO IGUAL, A SUA DISTRIBUIÇÃO TENDERÁ PARA A NORMALIDADE, NÃO IMPORTA QUAL SEJA A NATUREZA DAS DISTRIBUIÇÕES DAS VARIÁVEIS INDIVIDUAIS.”

Distribuição z e distribuição t de Student



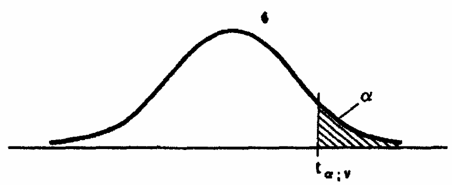
" As dificuldades do emprego de *s* como uma estimativa de σ no cálculo do erro padrão foram estudadas por William Sealy Gosset (1876-1937), pesquisador da empresa Guinness, famosa cervejaria de Dublin, na Irlanda. O interesse de Gosset nesse problema estatístico tinha fortes motivos práticos, uma vez que os métodos empregados na época eram adequados a amostras grandes, muito diferentes das pequenas com as quais tinha de trabalhar".

" Quando σ fosse desconhecido, que se substituísse o valor crítico obtido na curva normal pelo valor crítico de uma nova distribuição, a qual foi chamada distribuição t"

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} \quad , \quad -\infty < x < \infty \qquad z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$f(t;\upsilon) = \frac{\Gamma((\upsilon+1)/2)}{\Gamma(\upsilon/2)\sqrt{\pi\upsilon}}(1 + t^2/\upsilon)^{-(\upsilon+1)/2} \, , \quad -\infty < t < \infty \qquad t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

TABELA PARA DISTRIBUIÇÃO t DE STUDENT



Nota. A tabulação é unilateral, isto é, vale para os valores positivos de *t*. Para $|t|$ os valores de α devem ser duplicados.

ν	α						
	0,10	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,005**	**0,001**	**0,0005**
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,31	636,62
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,326	31,598
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,213	12,924
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,408
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3.355	4,501	5,041
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437.
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,825	3,552	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,767
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2.779	3,435	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,160	3,373
∞	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291

HIPÓTESES ESTATÍSTICAS

-***Testes de hipóteses***: regra de decisão que permite, com base em informações contidas nos dados amostrais, concluir sobre parâmetros da população.

- Hipótese estatística é uma suposição sobre algum parâmetro da população, que será posta à prova através do teste de hipóteses. Consideram-se, sempre, duas hipóteses: H_0 e H_a, denominadas, respectivamente, hipótese nula e hipótese alternativa.

- Hipótese Nula: é a hipótese que será aceita, se H_a for rejeitada no teste
- Hipótese Alternativa: H_a hipótese que está sendo posta à prova.

Exemplos:

O pH médio da população alvo é diferente de 5,0 → Teste bilateral

$$H_a: \mu \neq 5{,}0$$

O pH médio da população alvo é menor que 5,0 → Teste unilateral à esquerda

$$H_a: \mu < 5{,}0$$

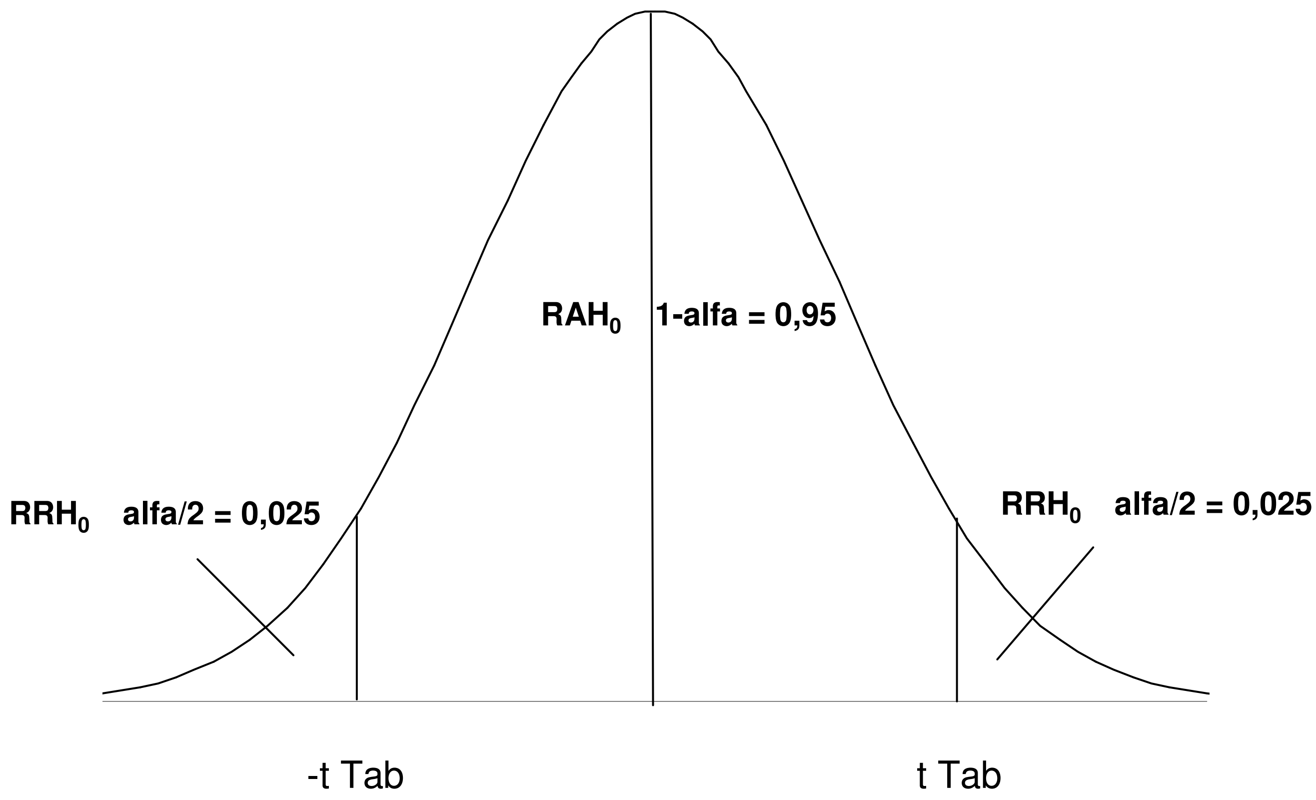
O pH médio da população alvo é maior que 5,0 → Teste unilateral à direita

$$H_a: \mu > 5{,}0$$

Apenas uma delas, estabelecida a priori, será utilizada.

- Regiões críticas são as regiões de não rejeição de H_0, que denotaremos RAH_0, e de rejeição de H_0, que denotaremos RRH_0.

- Exemplo: esboço de um teste bilateral ou bicaldal, para a média de uma população normal, Ha:$\mu \neq \mu_0$



MECANISMOS DOS ERROS NUM TESTE ESTATÍSTICO

Realidade na População	Resultado do Teste estatístico	
	Não se rejeita H_0	**Rejeita-se H_0**
H_0 é verdadeira	Resultado correto: Não há erro	Erro do tipo I
H_0 é falsa	Erro do Tipo II	Resultado correto: Não há erro

Erro do tipo I ou da primeira espécie: rejeitar H_0, quando H_0 é verdadeira

- A probabilidade de se cometer um erro tipo I, também conhecida como ***nível de significância*** do teste, é denotada por α e escolhida a priori pelo pesquisador. Em geral, o nível de significância α= 0,05 (5%) é muito bem aceito pela comunidade científica.

$$\alpha = P(\text{erro tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0\text{, quando } H_0 \text{ é verdadeira})$$

Erro do tipo II ou da segunda espécie: não rejeitar H_0, quando H_0 é falsa

-A probabilidade de se cometer um erro tipo II é denotada por β.

$$\beta = P(\text{erro tipo II}) = P(\text{não rejeitar } H_0\text{, quando } H_0 \text{ é falsa})$$

Poder de um teste estatístico: é a probabilidade de rejeitar H_0, quando H_0 é falsa

$$\mathbf{P} = 1 - \beta$$

PROTOCOLO PARA REALIZAÇÃO DE UM TESTE DE HIPÓTESES

a- Enunciar claramente as hipótese H_0 e H_a;

b- Fixar o nível de significância α e determinar as regiões críticas do teste. Em geral α = 0,05 (5%) ou α = 0,01 (1%);

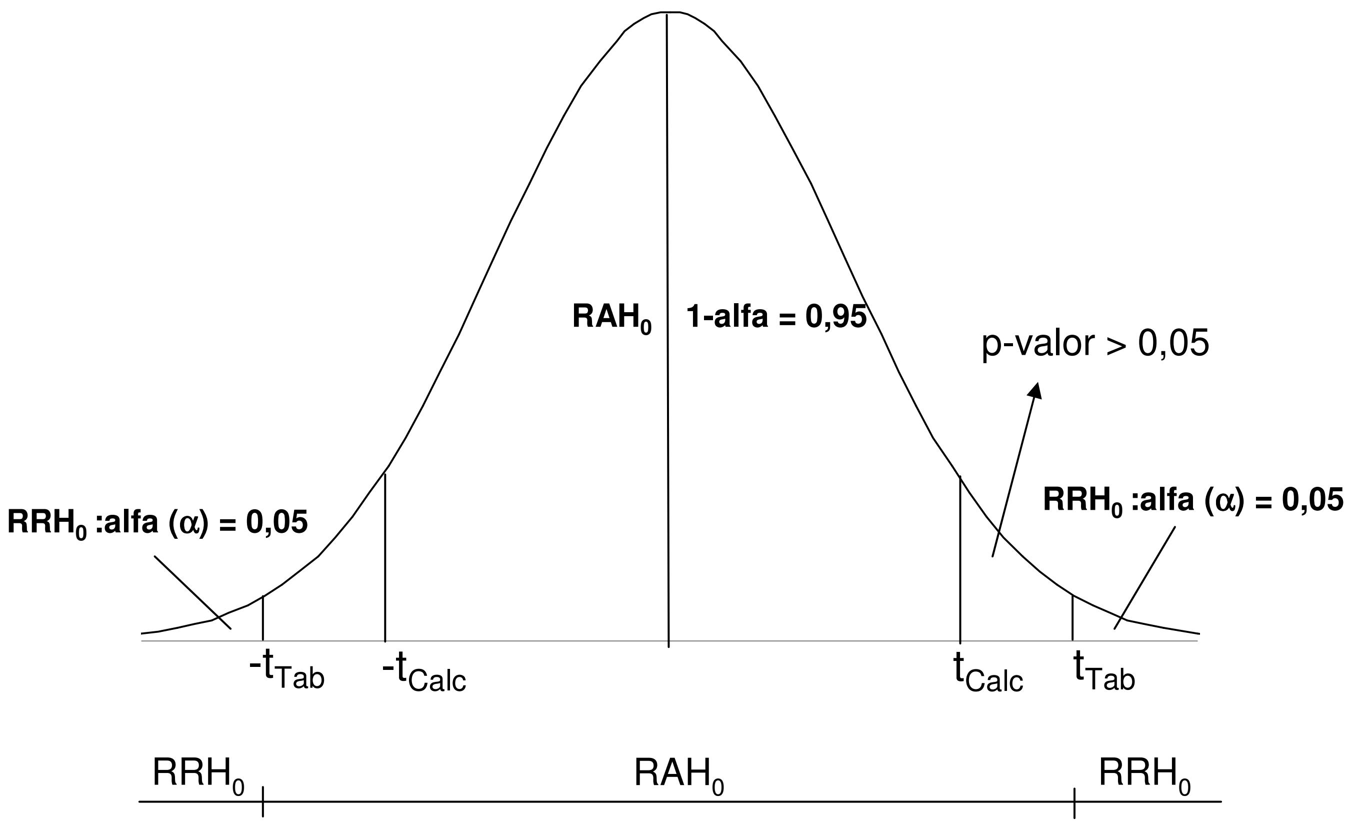
c- Calcular o valor da estatística, V, do teste, que depende do parâmetro que se quer testar;

d- Decisão: se $V \in$ RA, não se rejeita H_0. Se $V \in$ RR, rejeita-se H_0.

Probabilidade de significância, p-valor ou nível descritivo do teste

- Quando o teste de hipóteses é feito em computador, através de programa estatístico, recebemos como output o *p-valor (p-value)*, *nível descritivo* ou *probabilidade de significância* do teste, que é a probabilidade de ocorrência de valores da variável V do teste (item c) mais extremos que o obtido através dessa amostra.

- Assim a decisão pode ser feita em termos do p-valor: rejeitamos ou não H_0, conforme o p-valor seja, respectivamente, menor ou não que o nível α, de significância, estabelecido a priori.



α = 0,05 = nível de significância = área da direita de t_{Tab} e esquerda de $-t_{Tab}$

p – valor = área `a direita de t_{Calc}

1- Decisão: Se $t_{Calc} < t_{Tab}$, aceita-se H_0, caso contrário, rejeita-se.

2- Decisão: Se p-valor > 0,05 (nível de significância ou seja o alfa α) aceita-se H_0, caso contrário, rejeita-se

ESTIMATIVAS POR PONTO

Média: $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i}^{N} x_i}{N}$

Desvio padrão: $s = \sqrt{\dfrac{\sum_{i}^{N} (x_i - x)^2}{N - 1}}$ **S^2 = variância**

Muitas vezes, em situações práticas, precisamos comparar a variabilidade de dois ou mais conjuntos de dados. Ocorre que tais conjuntos podem estar descritos com diferentes unidades de medidas, por exemplo: metros e quilos, impossibilitando a comparação através das variâncias. Para viabilizar comparações desse tipo, definiu-se o ***coeficiente de variação ou desvio padrão relativo***, que exprime a variação percentual em relação à média e, independe de unidades de medidas:

Coeficiente de variação: $CV\% = \dfrac{100s}{\bar{x}}\%$

ESTIMATIVAS POR INTERVALO

Uma estimativa por intervalo para a média, μ, de uma população normal, obtida através de uma amostra aleatória de tamanho n, ao nível de confiança 1-α, é dada por:

$$IC[\mu]_{(1-\alpha)} : \bar{x} \pm t_{(n-1;\alpha/2)} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Onde: $\bar{x}$ é a estimativa por ponto, da média; s é a estimativa por ponto do desvio padrão; n é o tamanho da amostra; *t* é um valor tabelado da distribuição 't' de Student, obtido com n-1 graus de liberdade e α bilateral.

Teoricamente, isto significa que se retiramos todas as amostras possíveis de uma população e, com cada uma delas construímos um intervalo de confiança, então, 95% dos intervalos construídos devem conter a média populacional. Em outras Palavras, 5 em cada 100 ou 1 em cada 20 intervalos não deve conter a média populacional.

<u>EXEMPLO 1</u>: O teor de carboidrato de uma glicoproteína (uma proteína com açucares fixados a ela) foi determinado como 12.6, 11.9, 13.0, 12.7 e 12.5 g de Carboidratos por 100 g de proteína através de análises repetidas. Calcule o intervalo de confiança de 90% para o teor de carboidrato.

a- *90% de confiança*

- calcular $\overline{x}$ (12.54) e s (=0.40) para as cinco medidas;
-obter o valor de t na tabela de distribuição t de Student para 4 graus de liberdade;
- calcular a estatística.

$$\mu = \overline{x} \pm t_{(4;0.10)} \frac{s}{\sqrt{n}} = 12.54 \pm \frac{(2.132)(0.40)}{\sqrt{5}} = 12.54 \pm 0.38$$

Esse cálculo significa que existe uma chance de 90% de que μ esteja dentro do Intervalo 12.54 ± 0.38 (12.16 a 12.92)

O que acontece com o resultado quando aumentamos ou diminuímos o nível de confiança ?

COMPARAÇÃO DA MÉDIA COM O TESTE t

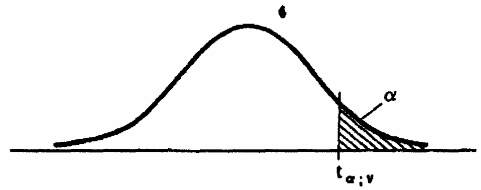
- O teste t é usado para comparar um grupo de medidas com outro, a fim de decidir se eles são ou não diferentes.
- A estatística nos permite obter a probabilidade de que a diferença observada entre duas médias seja devida a ***erros de medida puramente aleatórios***

Os três casos possíveis são:

Caso 1: Mede-se uma quantidade várias vezes, obtendo-se um valor médio e um desvio-padrão. Compara-se o resultado obtido com um determinado valor que é conhecido e aceito. A média obtida não concorda exatamente com o valor que é aceito. A diferença é aceitável levando-se em conta o ***"erro experimental"*** ?

Caso 2 ***(amostra homogênea)*** **:** Mede-se uma quantidade diversas vezes utilizando dois métodos distintos, que fornecem duas respostas diferentes, cada um com seu desvio-padrão. Levando em conta o ***"erro experimental"*** , existe uma concordância ou uma discordância entre os dois resultados ?

Caso 3 ***(amostra heterogênea)*** : A amostra 1 é medida uma vez pelo método A e uma vez pelo método B, que não fornecem exatamente o mesmo resultado. A seguir, uma amostra diferente, denominada 2, é também medida uma vez pelo método A e uma vez pelo método B. Novamente, os resultados não são exatamente iguais entre si. O procedimento é repetido para n amostras diferentes. Se o ***"erro experimental"*** for levado em conta, os dois métodos concordarão entre si, ou um será sistematicamente diferente do outro?



Nota. A tabulação é unilateral, isto é, vale para os valores positivos de t. Para $|t|$ os valores de α devem ser duplicados.

ν	α						
	0,10	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,005**	**0,001**	**0,0005**
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,31	636,62
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,326	31,598
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,213	12,924
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,408
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3.355	4,501	5,041
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,825	3,552	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,767
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2.779	3,435	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
120	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,160	3,373
∞	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291

ETAPAS DO TESTE DE HIPÓTESES PARA UMA MEDIDA

1- Verificação dos pressupostos:

- Normalidade (teste de Shapiro-wilk $3 < n < 50$ ou Teste de kolmogorov-Smirnov $n > 50$)

2- Estabelecimento das hipóteses estatísticas

H_0: $\mu_A = \mu_0$
H_a: $\mu_A \neq \mu_0$

3- Escolha do nível de significância: $\alpha = 0.05$

4- Determinação do valor crítico do teste

Vai depender dos graus de liberdade (Tabela de distribuição t de Student)

5- Determinação do valor calculado do teste

$$t_{calculado} = \frac{\left|\overline{x} - \mu_0\,(valor\ conhecido)\right|}{s}\sqrt{n}$$

6- Decisão

se $t_{calc} > t_{crítico}$, rejeita-se H_0; p-valor < 0.05
se $t_{calc} < t_{crítico}$, aceita-se H_0; p-valor > 0.05

7- Conclusão

Caso 1- Comparando um resultado medido com um valor “conhecido”

Exemplo 2: Uma amostra de carvão foi adquirida como sendo um Material Padrão de Referência, certificado pelo Instituto Nacional de Padrões e Tecnologia (NIST) dos Estados Unidos, contendo 3.19% de enxofre. Os valores medidos são 3.29, 3.22, 3.30 e 3.23% de enxofre, dando uma média de $\bar{x} = 3.26$ e um desvio padrão de s = 0.04. Esta resposta concorda com o valor fornecido pelo NIST em um intervalo de 95% de confiança?

1- Verificação de pressupostos:
- normalidade (teste de Shapiro-wilk $3 < n < 50$ ou Teste de kolmogorov-Smirnov $n > 50$)

2- Estabelecimento das hipóteses estatísticas

H_0: $\mu_A = \mu_0$

H_a: $\mu_A \neq \mu_0$; $\mu_a < \mu_0$; $\mu_a > \mu_0$

3- Escolha o nível de significância: $\alpha = 0.05$

4- Determinar o valor crítico do teste (tabela t de Student)
- $t_{(3;\, 0.05)} = 3.182$

5- Determinação do valor da estatística

$$t_{calculado} = \frac{\left|\bar{x} - \mu_0\,(valor\ conhecido)\right|}{s}\sqrt{n} = \frac{\left|3.26 - 3.19\right|}{0.04}\sqrt{4} = 3.41$$

6- Decisão:

se $t_{calc} > t_{crítico}$, rejeita-se H_0; p-valor < 0.05

se $t_{calc} < t_{crítico}$, aceita-se H_0; p-valor > 0.05

Como $t_{calc} < t_{tab}$, não há evidências de diferenças significativas entre as médias no intervalo de 95% ($\alpha = 0.05$) de confiança.

ETAPAS DO TESTE DE HIPÓTESES PARA UM GRUPO DE MEDIDAS

1- Verificação dos pressupostos:

- Verificação da relação e dependência ou independência entre as amostra (amostra homogênea ou heterogênea) → gráfico de dispersão x.y

-Normalidade (teste de Shapiro-Wilk $3 < n < 50$ ou Teste de kolmogorov-Smirnov $n > 50$)

-Teste de Homogeneidade ou homocedasticidade de variâncias (Teste F ou teste de Levene)

2- Estabelecimento das hipóteses estatísticas

H_0: $\mu_A = \mu_0$
H_a: $\mu_A \neq \mu_0$; $\mu_a < \mu_0$; $\mu_a > \mu_0$

3- Escolha do nível de significância: $\alpha = 0.05$

4- Determinação do valor crítico do teste

Vai depender da estatística utilizada (Tabela de distribuição t de student) e dos graus de liberdade

5- Determinação do valor calculado do teste

6- Decisão
se $t_{calc} > t_{crítico}$, rejeita-se H_0; p-valor < 0.05
se $t_{calc} < t_{crítico}$, aceita-se H_0; p-valor > 0.05

7- Conclusão

GRUPO DE MEDIDAS

VERIFICAÇÃO DA RELAÇÃO DE DEPENDÊNCIA OU INDEPENDÊNCIA ENTRE AS AMOSTRAS (gráfico de dispersão ou histórico da amostra)

ALEATÓRIO ? (homogênea)

TENDÊNCIA ? (heterogênea)

(teste de Shapiro-Wilk $3 < n < 50$ ou Teste de kolmogorov-Smirnov $n > 50$)

NORMALIDADE

NORMALIDADE

TESTE t PAREADO

TESTE t NÃO PAREADO

HOMOCEDASTICIDADE

Teste F ou teste de Levene

$\sigma^2_A = \sigma^2_B$

$\sigma^2_A \neq \sigma^2_B$

TEST t AGRUPADO

TEST t NÃO AGRUPADO

TESTE DE COMPARAÇÃO ENTRE VARIÂNCIAS - TESTE F

1- Hipóteses estatísticas

H_0: $\sigma^2_A = \sigma^2_B = \sigma$
H_a: $\sigma^2_A \neq \sigma^2_B$

2- Escolha do nível de significância: α = 0,05

3- Determinação do valor crítico do teste

$$gl_N = n_N - 1 \qquad gl_D = n_D - 1$$

Para se encontrar valores inferiores, usa-se a identidade:

$$F(\nu_1, \nu_2) = \frac{1}{F}(\nu_2, \nu_1)$$

4- Determinação do valor calculado

$$F_{cal} = \frac{s^2_{maior}}{s^2_{menor}}$$

5- Decisão

se $F_{calc} > F_{crítico}$, rejeita-se H_0; p-valor < 0.05
se $F_{calc} < F_{crítico}$, aceita-se H_0; p-valor > 0.05

TABELA F BILATERAL

TABELA A3.1 Distribuição *F*: valores críticos para um teste bilateral (α = 0,05)

gl do Denominador	*gl* do Numerador 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	648	799	864	900	922	937	948	957	963	969	973	977
2	38,51	39,00	39,17	39,25	39,30	39,33	39,36	39,37	39,39	39,40	39,41	39,41
3	17,44	16,04	15,44	15,10	14,88	14,73	14,62	14,54	14,47	14,42	14,37	14,34
4	12,22	10,65	9,98	9,60	9,36	9,20	9,07	8,98	8,90	8,84	8,79	8,75
5	10,01	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,57	6,52
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,41	5,37
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,71	4,67
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,24	4,20
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,91	3,87
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,66	3,62
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59	3,53	3,47	3,43
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,51	3,44	3,37	3,32	3,28
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31	3,25	3,20	3,15
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21	3,15	3,09	3,05
15	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12	3,06	3,01	2,96
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05	2,99	2,93	2,89
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,16	3,06	2,98	2,92	2,87	2,82
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,10	3,01	2,93	2,87	2,81	2,77
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	3,05	2,96	2,88	2,82	2,76	2,72
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,91	2,84	2,77	2,72	2,68
21	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,97	2,87	2,80	2,73	2,68	2,64
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,93	2,84	2,76	2,70	2,65	2,60
23	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,90	2,81	2,73	2,67	2,62	2,57
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,87	2,78	2,70	2,64	2,59	2,54
25	5,69	4,29	3,69	3,35	3,13	2,97	2,85	2,75	2,68	2,61	2,56	2,51
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,82	2,73	2,65	2,59	2,54	2,49
27	5,63	4,24	3,65	3,31	3,08	2,92	2,80	2,71	2,63	2,57	2,51	2,47
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,78	2,69	2,61	2,55	2,49	2,45
29	5,59	4,20	3,61	3,27	3,04	2,88	2,76	2,67	2,59	2,53	2,48	2,43
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57	2,51	2,46	2,41
32	5,53	4,15	3,56	3,22	3,00	2,84	2,71	2,62	2,54	2,48	2,43	2,38
34	5,50	4,12	3,53	3,19	2,97	2,81	2,69	2,59	2,52	2,45	2,40	2,35
36	5,47	4,09	3,50	3,17	2,94	2,78	2,66	2,57	2,49	2,43	2,37	2,33
38	5,45	4,07	3,48	3,15	2,92	2,76	2,64	2,55	2,47	2,41	2,35	2,31
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,62	2,53	2,45	2,39	2,33	2,29
42	5,40	4,03	3,45	3,11	2,89	2,73	2,61	2,51	2,43	2,37	2,32	2,27
44	5,39	4,02	3,43	3,09	2,87	2,71	2,59	2,50	2,42	2,36	2,30	2,26
46	5,37	4,00	3,42	3,08	2,86	2,70	2,58	2,48	2,41	2,34	2,29	2,24
48	5,35	3,99	3,40	3,07	2,84	2,69	2,56	2,47	2,39	2,33	2,27	2,23
50	5,34	3,97	3,39	3,05	2,83	2,67	2,55	2,46	2,38	2,32	2,26	2,22
55	5,31	3,95	3,36	3,03	2,81	2,65	2,53	2,43	2,36	2,29	2,24	2,19
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,51	2,41	2,33	2,27	2,22	2,17
65	5,26	3,91	3,32	2,99	2,77	2,61	2,49	2,39	2,32	2,25	2,20	2,15
70	5,25	3,89	3,31	2,97	2,75	2,59	2,47	2,38	2,30	2,24	2,18	2,14
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,45	2,35	2,28	2,21	2,16	2,11
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,42	2,32	2,24	2,18	2,12	2,08
125	5,15	3,80	3,22	2,89	2,67	2,51	2,39	2,30	2,22	2,15	2,10	2,05
150	5,13	3,78	3,20	2,87	2,65	2,49	2,37	2,28	2,20	2,13	2,08	2,03
200	5,10	3,76	3,18	2,85	2,63	2,47	2,35	2,26	2,18	2,11	2,06	2,01
400	5,06	3,72	3,15	2,82	2,60	2,44	2,32	2,22	2,15	2,08	2,03	1,98
1000	5,04	3,70	3,13	2,80	2,58	2,42	2,30	2,20	2,13	2,06	2,01	1,96
infinito	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,29	2,19	2,11	2,05	1,99	1,94

Distribuição *F*: valores críticos para um teste bilateral (α = 0,05) *(continuação)*

gl do Denominador	*gl* do Numerador 14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	infinito
1	983	987	993	997	1001	1006	1008	1011	1013	1016	1017	1018
2	39,43	39,44	39,45	39,46	39,46	39,47	39,48	39,48	39,49	39,49	39,50	39,50
3	14,28	14,23	14,17	14,12	14,08	14,04	14,01	13,97	13,96	13,93	13,91	13,90
4	8,68	8,63	8,56	8,51	8,46	8,41	8,38	8,34	8,32	8,29	8,27	8,26
5	6,46	6,40	6,33	6,28	6,23	6,18	6,14	6,10	6,08	6,05	6,03	6,02
6	5,30	5,24	5,17	5,12	5,07	5,01	4,98	4,94	4,92	4,88	4,86	4,85
7	4,60	4,54	4,47	4,41	4,36	4,31	4,28	4,23	4,21	4,18	4,16	4,14
8	4,13	4,08	4,00	3,95	3,89	3,84	3,81	3,76	3,74	3,70	3,68	3,67
9	3,80	3,74	3,67	3,61	3,56	3,51	3,47	3,43	3,40	3,37	3,35	3,33
10	3,55	3,50	3,42	3,37	3,31	3,26	3,22	3,18	3,15	3,12	3,09	3,08
11	3,36	3,30	3,23	3,17	3,12	3,06	3,03	2,98	2,96	2,92	2,90	2,88
12	3,21	3,15	3,07	3,02	2,96	2,91	2,87	2,82	2,80	2,76	2,74	2,72
13	3,08	3,03	2,95	2,89	2,84	2,78	2,74	2,70	2,67	2,63	2,61	2,60
14	2,98	2,92	2,84	2,79	2,73	2,67	2,64	2,59	2,56	2,53	2,50	2,49
15	2,89	2,84	2,76	2,70	2,64	2,59	2,55	2,50	2,47	2,44	2,41	2,40
16	2,82	2,76	2,68	2,63	2,57	2,51	2,47	2,42	2,40	2,36	2,33	2,32
17	2,75	2,70	2,62	2,56	2,50	2,44	2,41	2,35	2,33	2,29	2,26	2,25
18	2,70	2,64	2,56	2,50	2,44	2,38	2,35	2,30	2,27	2,23	2,20	2,19
19	2,65	2,59	2,51	2,45	2,39	2,33	2,30	2,24	2,22	2,18	2,15	2,13
20	2,60	2,55	2,46	2,41	2,35	2,29	2,25	2,20	2,17	2,13	2,10	2,09
21	2,56	2,51	2,42	2,37	2,31	2,25	2,21	2,16	2,13	2,09	2,06	2,04
22	2,53	2,47	2,39	2,33	2,27	2,21	2,17	2,12	2,09	2,05	2,02	2,00
23	2,50	2,44	2,36	2,30	2,24	2,18	2,14	2,08	2,06	2,01	1,99	1,97
24	2,47	2,41	2,33	2,27	2,21	2,15	2,11	2,05	2,02	1,98	1,95	1,94
25	2,44	2,38	2,30	2,24	2,18	2,12	2,08	2,02	2,00	1,95	1,92	1,91
26	2,42	2,36	2,28	2,22	2,16	2,09	2,05	2,00	1,97	1,92	1,90	1,88
27	2,39	2,34	2,25	2,19	2,13	2,07	2,03	1,97	1,94	1,90	1,87	1,85
28	2,37	2,32	2,23	2,17	2,11	2,05	2,01	1,95	1,92	1,88	1,85	1,83
29	2,36	2,30	2,21	2,15	2,09	2,03	1,99	1,93	1,90	1,86	1,83	1,81
30	2,34	2,28	2,20	2,14	2,07	2,01	1,97	1,91	1,88	1,84	1,81	1,79
32	2,31	2,25	2,16	2,10	2,04	1,98	1,93	1,88	1,85	1,80	1,77	1,75
34	2,28	2,22	2,13	2,07	2,01	1,95	1,90	1,85	1,82	1,77	1,74	1,72
36	2,25	2,20	2,11	2,05	1,99	1,92	1,88	1,82	1,79	1,74	1,71	1,69
38	2,23	2,17	2,09	2,03	1,96	1,90	1,85	1,79	1,76	1,71	1,68	1,66
40	2,21	2,15	2,07	2,01	1,94	1,88	1,83	1,77	1,74	1,69	1,66	1,64
42	2,20	2,14	2,05	1,99	1,92	1,86	1,81	1,75	1,72	1,67	1,64	1,62
44	2,18	2,12	2,03	1,97	1,91	1,84	1,80	1,73	1,70	1,65	1,62	1,60
46	2,17	2,11	2,02	1,96	1,89	1,82	1,78	1,72	1,69	1,63	1,60	1,58
48	2,15	2,09	2,01	1,94	1,88	1,81	1,77	1,70	1,67	1,62	1,58	1,56
50	2,14	2,08	1,99	1,93	1,87	1,80	1,75	1,69	1,66	1,60	1,57	1,55
55	2,11	2,05	1,97	1,90	1,84	1,77	1,72	1,66	1,62	1,57	1,54	1,51
60	2,09	2,03	1,94	1,88	1,82	1,74	1,70	1,63	1,60	1,54	1,51	1,48
65	2,07	2,01	1,93	1,86	1,80	1,72	1,68	1,61	1,58	1,52	1,48	1,46
70	2,06	2,00	1,91	1,85	1,78	1,71	1,66	1,59	1,56	1,50	1,46	1,44
80	2,03	1,97	1,88	1,82	1,75	1,68	1,63	1,56	1,53	1,47	1,43	1,40
100	2,00	1,94	1,85	1,78	1,71	1,64	1,59	1,52	1,48	1,42	1,38	1,35
125	1,97	1,91	1,82	1,75	1,68	1,61	1,56	1,49	1,45	1,38	1,34	1,30
150	1,95	1,89	1,80	1,74	1,67	1,59	1,54	1,46	1,42	1,35	1,31	1,27
200	1,93	1,87	1,78	1,71	1,64	1,56	1,51	1,44	1,39	1,32	1,27	1,23
400	1,90	1,84	1,74	1,68	1,60	1,52	1,47	1,39	1,35	1,27	1,21	1,15
1000	1,88	1,82	1,72	1,65	1,58	1,50	1,45	1,36	1,32	1,23	1,16	1,09
infinito	1,87	1,80	1,71	1,64	1,57	1,48	1,43	1,34	1,30	1,21	1,13	1,01

TABELA F : VALORES CRÍTICOS PARA UM TESTE UNILATERAL (α = 0,05)

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	243,9	245,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,41	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

$$\text{HIPÓTESES}: \quad H_0: \quad \mu_1 = \mu_2 \quad ; \quad H_a: \mu_1 \neq \mu_2; \quad \mu_1 < \mu_2; \quad \mu_1 > \mu_2$$

TESTE t NÃO PAREADO COM VARIÂNCIA AGRUPADA

$$t_{calculado} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{agrupado}\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$s_{agrupado} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^{\ 2} + (n_2 - 1)s_2^{\ 2}}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$t_{Tabelado} = t_{(n_1 + n_2 - 2\,;\,\alpha/2)}$$

TESTE t NÃO PAREADO COM VARIÂNCIA NÃO AGRUPADA

$$t_{calculado} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^{\ 2}}{n_1} + \frac{s_2^{\ 2}}{n_2}}}$$

$$*\nu = \frac{(\frac{s_1^{\ 2}}{n_1} + \frac{s_2^{\ 2}}{n_2})^2}{\frac{(\frac{s_1^{\ 2}}{n_1})^2}{n_1 - 1} + \frac{(\frac{s_2^{\ 2}}{n_2})^2}{n_2 - 1}}$$

$$t_{Tabelado} = t_{(\nu\,;\,\alpha/2)}$$

***NOTA**: Quando as variâncias são diferentes, o teste de médias é aproximado. Em outras palavras, a estatística do teste t_{calc} tem distribuição aproximada de "t", com ν graus de liberdade. O valor ν é obtido através da fórmula de Satterthwaite. Como esse valor não é, em geral, inteiro, recomenda-se utilizar o valor inteiro mais próximo.

TESTE t PAREADO

$$\text{HIPÓTESES}:$$

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0; \quad \mu_1 - \mu_2 < 0; \quad \mu_1 - \mu_2 > 0$$

$$t_{calc} = \frac{\bar{d}}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}; \quad d_i = x_i - y_i \; ; i = 1,2,\ldots, n \text{ pares}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_i d_i}{n}; \quad s_d{}^2 = \frac{1}{n-1}[\sum_i d_i{}^2 - \frac{(\sum_i d_i)^2}{n}]; \quad s_d = +\sqrt{s_d{}^2}$$

$$t_{Tabelado} = t_{(n-1;\, \alpha/2)}$$

CASO 2 – COMPARANDO MEDIDAS REPETIDAS

Exemplo 3: Podemos utilizar um teste t para decidir se dois grupos de medidas repetidas fornecem resultados “idênticos” ou “diferentes”, dentro de um determinado nível de confiança. Um exemplo é dado pelo trabalho de Lorde Rayleigh (John W. Strutt), que atualmente é lembrado por seus estudos sobre espalhamento de luz, sobre a radiação do corpo negro sobre ondas elásticas em sólidos. Ele ganhou o Prêmio Nobel em 1904 pela descoberta do gás inerte argônio. Essa descoberta ocorreu quando ele observou uma pequena discrepância entre dois grupos de medidas da densidade do gás nitrogênio.

Vejamos como utilizar o teste t para decidir se o gás isolado do ar é “significativamente” mais pesado do que o nitrogênio isolado de fontes químicas.

MASAS DO GÁS ISOLADO POR LORDE RAYLEIGH	
Do ar (g)	**Da decomposição química (g)**
2.31017	2.30143
2.30986	2.29890
2.31010	2.29816
2.31001	2.30182
2.31024	2.29869
2.31010	2.29940
2.31028	2.29849
	2.29889
Média	**Média**
2.31011	2.29947
Desvio-padrão	**Desvio-padrão**
0.000143	0.00138
FONTE: R.D. Larsen, *J. Chem. Ed.* **1990**, 67,925	

Teste de normalidade

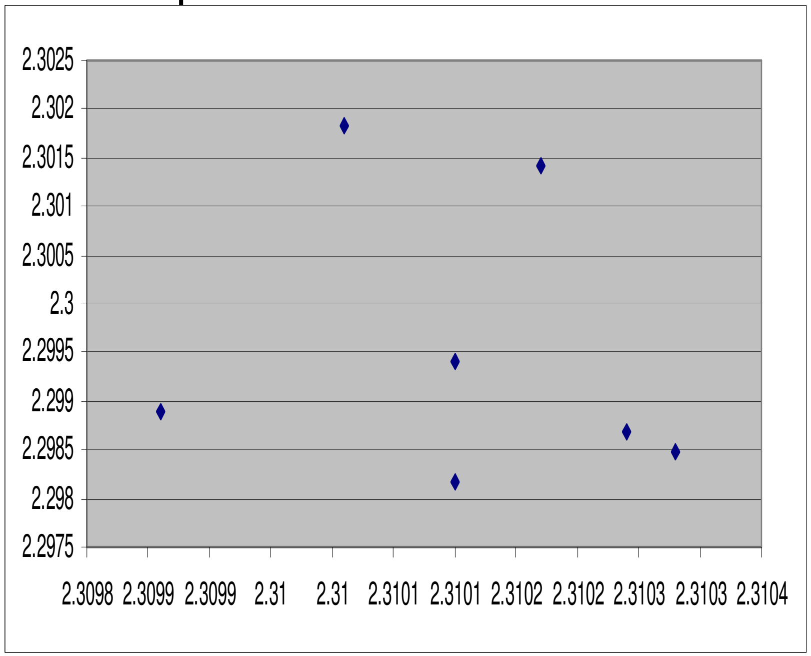
Shapiro-Wilk	
Estatística	**p-valor**
0.954	0.733
0.825	0.082

Teste F ou teste de Bartlett

Teste-F: duas amostras para variâncias

	Variável 1	*Variável 2*
Média	2.299473	2.310109
Variância	1.9E-06	2.03E-08
Observações	8	7
gl	7	6
F	93.48339	
P(F<=f) uni-caudal	1.06E-05	
F crítico uni-caudal	4.206669	

Verificação de dependência ou independência entre as amostras



Determinação do valor calculado do teste

Teste-t: duas amostras presumindo variâncias diferentes

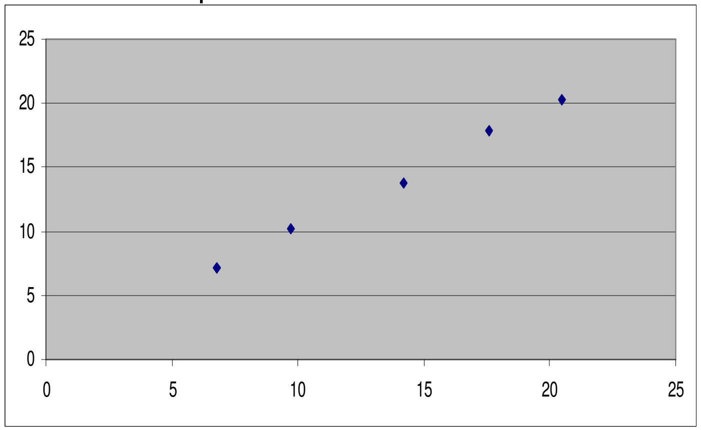
	Variável 1	*Variável 2*
Média	2.310109	2.299473
Variância	2.03E-08	1.9E-06
Observações	7	8
Hipótese da diferença de média	0	
gl	7	
Stat t	21.68022	
P(T<=t) uni-caudal	5.6E-08	
t crítico uni-caudal	1.894578	
P(T<=t) bi-caudal	1.12E-07	
t crítico bi-caudal	2.364623	

Exemplo 3: O teste t com amostras de composições diferentes (teste t pareado ou emparelhado). Dois métodos diferentes A e B, foram usados para analisar cinco compostos diferentes de ferro (% de Fe).

Amostra	Método A	Método B
1	17.6	17.9
2	6.8	7.1
3	14.2	13.8
4	20.5	20.3
5	9.7	10.2

Shapiro-Wilk	
Estatística	p-valor
0,854	0,257

Verificação de dependência
ou independência entre as amostras



Método A	Método B	d	$d-\bar{d}$	$(d-\bar{d})^2$
17.6	17.9	+ 0.3	0.2	0.04
6.8	7.1	+ 0.3	0.2	0.04
14.2	13.8	- 0.4	- 0.5	0.25
20.5	20.3	- 0.2	- 0.3	0.09
9.7	10.2	+ 0.5	0.4	0.16
		$\sum d = 0.5$		$\sum (d-\bar{d})^2 = 0.58$

$$\bar{d} = 0.1$$

$$s_d = \sqrt{\frac{0.58}{4}} = +0.38$$

$$t_{calculado} = \frac{\bar{d}\sqrt{5}}{s_d} = \frac{0.10\sqrt{5}}{0.38} = 0.589$$

CONFIABILIDADE DOS RESULTADOS

Rejeição de valores:

- após aplicação de teste estatístico apropriado;
- quando existir uma razão química ou instrumental suficiente óbvia que possa justificar a exclusão do resultado.

Exemplo: Os seguintes valores foram questionados para a determinação de cádmio em amostra de poeira: 4.3; 4.1; 4.0; 3.2 µg/g. O último valor deve ser rejeitado ?

$$Q = \frac{|valor\ questionado - valor\ mais\ próximo|}{maior\ valor - menor\ valor}$$

Se o valor de Q for maior que o valor **crítico de Q**, que está na tabela Q, então o valor questionado deve ser rejeitado.

$$Q = \frac{|3,2 - 4,0|}{4,3 - 3,2} = \frac{0,8}{1,1} = 0,727$$

Não há evidências no intervalo de 95% de confiança para rejeição do valor 3.2 µg/g

VALORES CRÍTICOS DE Q (P = 0.05)	
Tamanho da amostra	**Valor crítico**
4	0.831
5	0.717
6	0.621
7	0.570
8	0.524
9	0.492
10	0.464

J. Am. Statist. Assoc., 1958, **48**, 531.

Pensamento ....

"Podemos ser ludibriados por três formas de preguiça: a que se manifesta como intolerância, que é o desejo de adiar; a que se manifesta como sentimento de inferioridade, que é duvidar da própria capacidade; e a que se manifesta com a adoção de atitudes negativas, que é dedicar um esforço excessivo àquilo que não é virtude."

Dalai-Lama