

**Questão 1** – Para atender uma encomenda, uma fábrica de embalagens produzirá 25.000 recipientes em formato cilíndrico circular reto com tampa, sendo o raio da base um terço da altura. Serão gastos R\$ 416.000,00 de matéria-prima na fabricação dos recipientes. Sabendo que o preço do material usado nas bases é de R\$ 16,00 o metro quadrado e o material utilizado na superfície lateral custa R\$ 12,00 o metro quadrado, quais são as medidas do raio e da altura dos recipientes, em metros?

**Observação:** Deixe a sua resposta em função de  $\pi$ .

Sabemos que a área total de um recipiente cilíndrico fechado é dada por  $A_t = 2A_b + A_l$ , onde  $A_b$  e  $A_l$  correspondem a área da base e a área lateral, respectivamente. Logo

$$A_t = 2\pi r^2 + 2\pi rh.$$

Seja  $C$  o custo correspondente a cada recipiente. Então

$$C = 16.2A_b + 12A_l = 16.2\pi r^2 + 12.2\pi rh.$$

Como  $r = \frac{h}{3}$ , segue que  $h = 3r$ , e a função custo é dada por

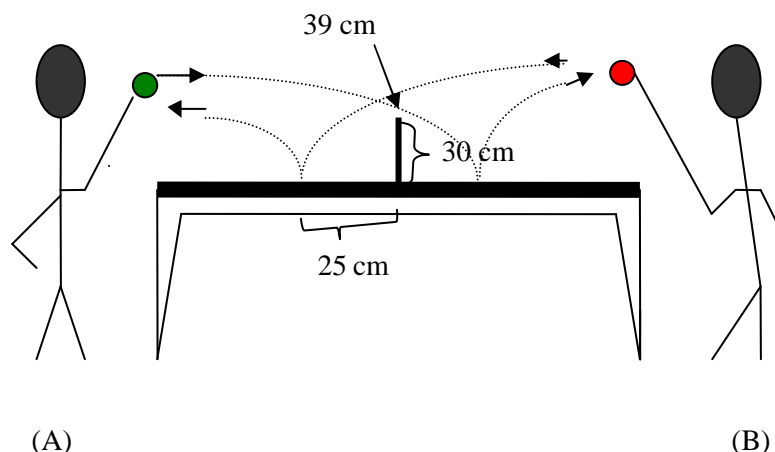
$$C(r) = 16.2A_b + 12A_l = 16.2\pi r^2 + 12.2\pi r3r = 32\pi r^2 + 72\pi r^2 = 104\pi r^2.$$

Logo a função custo da produção total é dada por

$$25000C(r) = 416000 \Rightarrow 25000.104\pi r^2 = 416000 \Rightarrow r^2 = \frac{416000}{25000.104\pi} = \frac{416}{25.104\pi} = \frac{4}{25\pi}.$$
 Como

$$r > 0, \text{ temos } r = \sqrt{\frac{4}{25\pi}} = \frac{2\sqrt{\pi}}{5\pi} \text{ m e } h = 3r = \frac{6\sqrt{\pi}}{5\pi} \text{ m.}$$

**Questão 2** – Considere a **FIGURA** abaixo:



A figura acima representa dois jogadores de tênis de mesa.

Sabe-se que, a cada rebatida pelo jogador **A**, a altura em que a bola passa pela rede diminui 2 cm e, a cada rebatida do jogador **B**, a bola passa pela rede e toca na mesa a uma distância que aumenta em Progressão Geométrica de razão  $q = \frac{4}{3}$ .

O jogador **A** inicia o jogo e, no seu primeiro saque, a bola passa acima do obstáculo a uma altura de 39 cm em relação à mesa, e a bola rebatida pelo jogador **B** cai na mesa do lado adversário a uma distância de 25 cm do obstáculo.

Suponha que a altura da rede é 30 cm, o comprimento da mesa é 2 metros, a bola rebatida pelo jogador **A**, se passar pela rede, cai na mesa do lado adversário e a bola rebatida pelo jogador **B** sempre passa pela rede.

- a) Observando que o jogador **A** poderá jogar a bola na rede e o jogador **B** poderá jogar a bola para fora da mesa, qual jogador pontuará primeiro? Justifique sua resposta.

**Retificado em 14/12/2011**

Em relação ao jogador **A** temos a seguinte seqüência (PA):

$$39, 39-r, 39-2r, \dots, 39-nr, \dots,$$

onde  $r = 2$ .

Assim o jogador **A** errará se atingir a rede, ou seja, se

$$39 - nr < 30.$$

Logo  $n > \frac{9}{2}$ , isto é,  $n = 5$ , sendo assim o jogador **A** errará na quinta rebatida.

Em relação ao jogador **B** temos a seguinte seqüência (PG):

$$25, 25q, 25q^2, 25q^3, \dots, 25q^n, \dots,$$

onde  $q = \frac{4}{3}$ .

Portanto o jogador **B** errará se a bola for atirada fora da mesa, ou seja, se

$$25q^n > 100.$$

Assim  $4^{n-1} > 3^n$ , o que é verdadeiro a partir de  $n = 5$ .

O jogador **A** errará na 5ª rebatida e o jogador **B** na 6ª rebatida. Logo o jogador **A** errará primeiro, consequentemente o jogador **B** pontuará primeiro.

- b) Suponha que, quando **B** saca, todas as informações dadas acima sobre as jogadas de **B** e **A** se repetem. Sabendo que cada jogador que pontua inicia a jogada com um saque, qual jogador iniciará a jogada de número 59 (ou dará o saque de número 59)? Justifique sua resposta.

Como o jogador **A** inicia o jogo e pelo item anterior **B** vence a 1ª jogada, segue que o jogador **B** inicia a 2ª jogada. Raciocinando de modo análogo ao item a, nessa jogada o jogador **A** vence e portanto este inicia a 3ª jogada e o processo continua sucessivamente.

Logo, o jogador **A** dará os saques correspondentes as jogadas de números ímpares e o jogador **B** os saques de números pares. Assim, o saque de número 59 será dado pelo jogador **A**.