Na solução da prova, use quando necessário:

- Velocidade da luz no vácuo $c = 3,0 \times 10^8$ m/s
- Permeabilidade magnética do vácuo $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T \times m / A$
- Constante eletrostática no vácuo $K = 9 \times 10^9 N \times m^2 / C^2$

Questão 1 – Considere uma esfera condutora de raio $R = 1\ m$ eletrizada e situada no vácuo. Em um ponto (p) à distância $d = 3\ m$ do centro da esfera, o campo elétrico tem intensidade $E = 9,0 \times 10^{-9} V / m$. Com base nessas informações:

a) calcule a carga elétrica q distribuída na superfície da esfera. Admita $q > 0$.

A intensidade do campo num ponto externo é calculada como se a carga q fosse puntiforme e estivesse no centro da esfera, assim

$$E = K\frac{q}{d^2} \Rightarrow 9,0 \times 10^{-9}\ V / m = 9,0 \times 10^9\ N \times m^2 / C^2 \times \frac{q}{(3\ m)^2} \Rightarrow q = 9,0 \times 10^{-18} C$$

b) calcule o potencial elétrico no ponto P a uma distância $d = 3\ m$ do centro da esfera, tomando-o nulo no infinito.

O potencial também é calculado como se a carga fosse puntiforme...

$$V_{ext} = K\frac{q}{d} = 9,0 \times 10^9\ N \times m^2 / C^2 \times \frac{9,0 \times 10^{-18} C}{3\ m} = 2,7 \times 10^{-8}\ V$$

c) qual o valor do campo elétrico no interior da esfera? Justifique sua resposta.

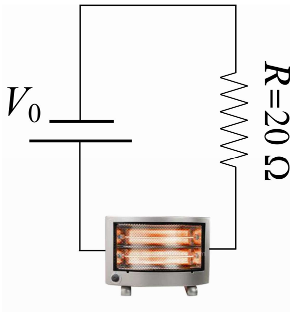
Como as cargas elétricas se distribuem uniformemente sobre a superfície da esfera condutora, então o campo elétrico deve ser **nulo** no seu interior.

d) calcule o potencial elétrico em qualquer ponto da superfície e do interior da esfera.

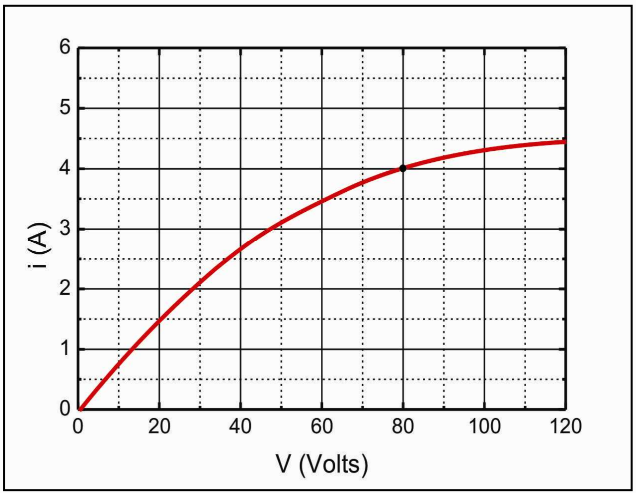
Como o campo elétrico é nulo em todos os pontos (internos e da superfície) do condutor, então, o potencial elétrico nesses pontos é constante e vale:

$$V_{int} = K\frac{q}{R} = 9,0 \times 10^9\ N \times m^2 / C^2 \times \frac{9,0 \times 10^{-18} C}{1\ m} = 8,1 \times 10^{-8}\ V$$

Questão 2 – A figura ao lado mostra um circuito elétrico que contém uma fonte de tensão V_0 e um aquecedor elétrico residencial ligado em série com uma resistência ôhmica $R = 20\ \Omega$. A resistência foi escolhida para que a potência dissipada no aquecedor elétrico seja igual à potência dissipada no resistor.



a) O gráfico da figura abaixo mostra a curva característica do aquecedor elétrico, fornecida pelo fabricante. Represente a curva característica $i \times V$ do resistor na mesma escala do gráfico abaixo. Justifique sua resposta.



Justificativa da resposta

Como o resistor é ôhmico ($R = 20\ \Omega = constante$), então a curva característica é a reta $V = 20\ i$ que passa pela origem. Fazendo $i = 0 \Rightarrow V = 0$ e $i = 5\ A \Rightarrow V = 100\ V$, o que resulta no gráfico ao lado.

b) A partir do gráfico, determine a corrente i_0 e a diferença de potencial V_0 para as quais a potência dissipada no aquecedor elétrico seja igual à potência dissipada no resistor. Justifique sua resposta.

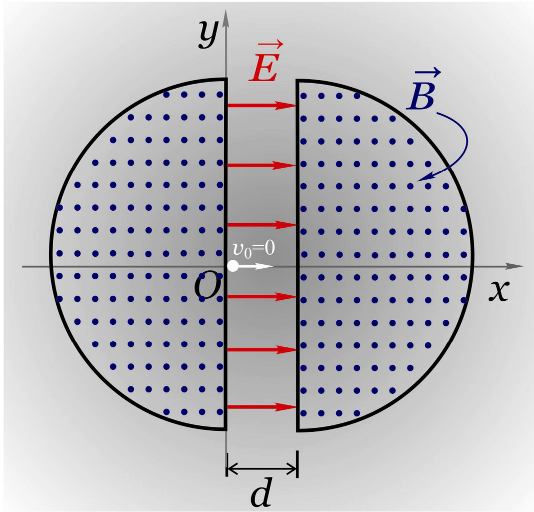
O aquecedor e o resistor estão ligados em série e, portanto, são percorridos pela mesma corrente i. Como $P = Vi$, então, para que as potências sejam as mesmas, conclui-se que o aquecedor e o resistor devem estar submetidos à mesma diferença de potencial V. Logo, a partir do gráfico, a corrente i_0 e a diferença de potencial V_0 procurados são:

$$i_0 = 4{,}0\ A \quad , \quad V_0 = 80\ V$$

c) Calcule a potência P_0, em Watts, que o aquecedor elétrico dissipará nas condições do item (**b**).

$$P_0 = V_0 i_0 = 80 \times 4{,}0 = 320\ W$$

Questão 3 – O ciclotron foi inventado por E. O. Lawrence e M. S. Livingston, em 1932, para acelerar partículas como prótons e dêuterons, até energias cinéticas elevadas. Essas partículas com alta energia são utilizadas para bombardear outros núcleos, permitindo, assim, estudos sobre a estrutura nuclear ou até mesmo a produção de materiais radioativos para serem usados na medicina. A figura ao lado mostra um esquema simplificado desse equipamento. Uma partícula de massa $m = 6,0 \times 10^{-24} kg$ e carga $q = +12,0 \times 10^{-9} C$ encontra-se em repouso no ponto O da figura. Um campo elétrico, constante e uniforme de módulo $E = 10\ N/C$, acelera a partícula entre duas placas planas e paralelas separadas pela distância $d = 1,0 \times 10^{-6} m$. A partícula entra numa região de campo magnético constante e uniforme, de módulo $B = 1,0 \times 10^{-6} T$, que está saindo do papel.



a) Calcule a velocidade da partícula imediatamente antes de entrar na região de campo magnético.

$$F = ma = qE \Rightarrow a = \frac{qE}{m}$$

$$v^2 = 2ad = 2\frac{qE}{m}d \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qEd}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 12,0 \times 10^{-9} C \times 10,0\ N/C \times 1,0 \times 10^{-6} m}{6,0 \times 10^{-24} kg}} = 2,0 \times 10^{5}\ m/s$$

b) Calcule o raio R da primeira trajetória circular que a partícula descreve na região de campo magnético.

$$m\frac{v^2}{R} = qvB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{6,0 \times 10^{-24} kg \times 2,0 \times 10^{5} m/s}{12,0 \times 10^{-9} C \times 1,0 \times 10^{-6} T} = 10^{-4} m = 0,1\ mm$$

c) Na região de campo magnético, o sentido da trajetória circular da partícula será horário ou anti-horário? Justifique sua resposta.

Como $\vec{v}$ é perpendicular a $\vec{B}$ e da regra da mão direita, deve-se concluir que o sentido da trajetória circular será horário.

d) O que deve ocorrer com o raio da trajetória circular quando a massa da partícula é aumentada? Justifique sua resposta.

Se a massa m do corpo aumentar o raio $R = mv/qB$ deve crescer, pois quanto maior a massa maior a inércia do corpo e mais difícil será para a força magnética desviar a trajetória do corpo.

Questão 4 – Numa tarde de verão, o pai de duas crianças resolve ensiná-las a construir um telefone de brinquedo. Para isso, ele utiliza dois copos plásticos furados na base e um fio de nylon de comprimento $6,0\ m$ e diâmetro $0,5\ mm$. O fio de nylon é amarrado na base dos copos através dos furos e depois esticado com uma tração $T = 1,0N$. Quando uma das crianças fala próximo ao copo, uma vibração mecânica é transferida do ar para o copo que, por sua vez, é transferida para o fio de nylon. Essas vibrações são, principalmente, ondas mecânicas transversais que se propagam de uma extremidade a outra do fio, o que possibilita que a segunda criança escute a fala da primeira. Sabendo que a densidade linear do fio de nylon vale $235,2\times10^{-3}\,g/m$:

a) calcule a velocidade das ondas mecânicas transversais que se propagam nesse fio.

$$v_1 = \sqrt{\frac{T}{\mu_1}} = \sqrt{\frac{1,0\ N}{235,2\times10^{-6}\,kg/m}} \approx 65,2\ m/s$$

b) calcule o tempo necessário para a onda mecânica transversal alcançar a outra extremidade do fio. Despreze o tempo necessário para a onda se propagar do ar para o copo e do copo para o fio.

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_1} \approx \frac{6,0\ m}{65,2\ m/s} \approx 0,09\ s$$

c) se for usado um fio de nylon de mesmo comprimento, mas de diâmetro $0,3\ mm$, qual será a nova densidade linear do fio e qual será a nova velocidade de propagação das ondas mecânicas transversais no mesmo?

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{m_2/l}{m_1/l} = \frac{\rho V_2/l}{\rho V_1/l} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi(D_2/2)^2}{\pi(D_1/2)^2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \mu_2 = 235,2\times10^{-6}\,kg/m\left(\frac{0,3\ mm}{0,5\ mm}\right)^2 \approx 84,7\times10^{-6}\ kg/m$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{T}{\mu_2}} = \sqrt{\frac{1,0\ N}{84,7\times10^{-6}\,kg/m}} \approx 109\ m/s$$

Questão 5 – Suponha que um amigo seu, que nasceu no mesmo dia e hora que você nasceu, a bordo de uma nave espacial, tenha viajado com velocidade constante até um planeta que está a 4 anos-luz da Terra e imediatamente retorne. Ele afirma que a viagem toda durou *6 anos* . Baseado no conceito relativístico da dilatação dos tempos, calcule:

a) a velocidade da nave.

$$T = \gamma T_p \Rightarrow \frac{L}{v} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} T_p \;\Rightarrow\; \frac{1-v^2/c^2}{v^2} = \left(\frac{T_p}{L}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2} = \left(\frac{T_p}{L}\right)^2 \;\Rightarrow\; \frac{1}{v^2} = \left(\frac{3\ anos}{4\ c\ anos}\right)^2 + \frac{1}{c^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v^2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \frac{1}{c^2} + \frac{1}{c^2} = \left(\frac{9}{16} + 1\right)\frac{1}{c^2} = \frac{25}{16}\frac{1}{c^2}$$

$$v^2 = \frac{16}{25}c^2 \;\Rightarrow\; v = \frac{4}{5}c = 0{,}8c$$

b) o tempo total da viagem no referencial da Terra.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}8^2}} \approx 1{,}667 \;\Rightarrow\; T = \gamma T_p \approx 1{,}667 \times 6\ anos \approx 10\ anos$$

c) a diferença de idade entre vocês dois quando voltarem a se encontrar.

$$\Delta T = T - T_p \approx 10 - 6 \approx 4\ anos$$