Universidade Federal de Juiz de Fora
Faculdade de Engenharia e Instituto de Ciências Exatas
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional

Pedro Henrique Garcia

Abordagem inversa para obtenção de propriedades mecânicas de agregados em concretos leves por meio de simulação computacional

Juiz de Fora
2017

Pedro Henrique Garcia

Abordagem inversa para obtenção de propriedades mecânicas de agregados em concretos leves por meio de simulação computacional

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Métodos Numéricos Aplicados, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional.

Orientadora: Professora Dra. Flávia de Souza Bastos

Coorientador: Professor Dr. Leonardo Goliatt da Fonseca

Juiz de Fora

2017

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

.

Abordagem inversa para obtenção de propriedades mecânicas de agregados em concretos leves por meio de simulação computacional / Pedro Henrique Garcia. – 2017.

88 f. : il.

Orientadora: Professora Dra. Flávia de Souza Bastos

Coorientador: Professor Dr. Leonardo Goliatt da Fonseca

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Engenharia e Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional, 2017.

1. Simulação Computacional 2. Agregados leves. 3. Problema Inverso I. Bastos, Flávia Souza, orient. II. Fonseca, Leonardo Goliatt, coorient..

Pedro Henrique Garcia

Abordagem inversa para obtenção de propriedades mecânicas de agregados em concretos leves por meio de simulação computacional

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Métodos Numéricos Aplicados, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional.

Aprovada em: 17/03/2017

BANCA EXAMINADORA

Professora Dra. Flávia de Souza Bastos - Orientadora
Universidade Federal de Juiz de Fora

Professor Dr. Leonardo Goliatt da Fonseca - Coorientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Professora Dra. Michèle Cristina Resende Farage
Universidade Federal de Juiz de Fora

Professora Dra. Jamile Salim Fuina
Fundação Mineira de Educação e Cultura (FUMEC)

Dedico este trabalho a Deus, minha família, orientadores e amigos

AGRADECIMENTOS

Sou imensamente grato por conviver com tantas pessoas durante esses 2 anos de mestrado e aprender de diversas maneiras com cada um que passou na minha vida. A razão da minha gratidão antes de tudo é Jesus, aquele que é o autor da minha fé, me deu a verdadeira paz e trouxe-me para a essência do que sou. Sou eternamente grato a minha amada família, principalmente meu pai e minha mãe (Antonio Eugênio e Maria Emília) e meus irmãos (Hélio Lucas e Maria Eugênia) que sempre me apoiaram incondicionalmente e me deram todo suporte e exemplo para chegar até aqui. Agradeço também aos meus amigos e irmãos de fé que caminham bem perto na célula, são minha família em Juiz de Fora e acompanham minha trajetória ja há alguns anos.

Sem dúvida, agradeço a dedicação da Flávia e do Leonardo durante todo o desenvolvimento do trabalho e nas diversas reuniões e confrontos que geraram crescimentos e aprendizados pessoais e acadêmicos. À Universidade Federal de Juiz de Fora, pela oportunidade de realização do mestrado. À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pela concessão da bolsa de estudos. A todos os alunos do mestrado e do doutorado em Modelagem Computacional por tornar o ambiente mais agradável. Aos professores do Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional pelos ensinamentos, pelo apoio e pelo convívio.

O mestrado me proporcionou um amadurecimento pessoal e abriu meus olhos para diversas realidades que eu não conhecia. Nesse período, pude desenvolver um maior senso de responsabilidade, profundidade e dedicação naquilo que faço e isso vou levar pra toda a vida. Sem dúvidas, foi muito além do que eu esperava e vou levar os valores dessa experiência por onde passar.

"Sejam bons administradores dos diferentes dons que receberam de Deus. Que cada um use seu próprio dom para o bem dos outros, ... façam assim para que em tudo Deus seja louvado por meio de Jesus Cristo, a quem pertencem a glória e o poder para todo o sempre!"

1 Pedro 4:10-11

RESUMO

O concreto de agregado leve é conhecido pelo reduzido peso específico e alta capacidade de isolamento térmico e acústico. Um dos grandes desafios relacionados a esse tipo de concreto é a obtenção de algumas propriedades mecânicas dos agregados leves, tais como o módulo de elasticidade e a resistência à compressão, em função de suas dimensões reduzidas, o que gera dificuldades na realização de ensaios experimentais. É possível encontrar trabalhos na literatura que tentam determinar as propriedades mecânicas dos agregados leves por meio de métodos baseados em formulações matemáticas e deduções empíricas. Uma alternativa a tais métodos é o emprego de modelos de simulação e a resolução de um problema inverso para a previsão de tais propriedades. O objetivo do trabalho é a aplicação de um procedimento inverso para obtenção do módulo de elasticidade e da resistência à compressão de agregados leves presentes em concretos via simulação computacional de ensaios de compressão uniaxiais em corpos de prova. O corpo de prova de concreto é representado por um modelo computacional mecânico bidimensional e bifásico, constituído por argamassa e agregados leves de formato circular, e as simulações foram conduzidas no programa Abaqus®. Os resultados encontrados foram satisfatórios em comparação com outros métodos da literatura, chegando a casos com diferenças menores que 2% para um corpo de prova com 15% de agregados. A abordagem proposta emerge como uma possível solução para análises de propriedades mecânicas de agregados leves em concretos com um reduzido tempo e custo, sendo aplicada para diversos tipos de curvas granulométricas, tipos de argamassa e diferentes porcentagens de agregados no corpo de prova. Além da previsão das propriedades mecânicas dos agregados em concretos leves, a abordagem traz um melhor entendimento da relação dos diversos conjuntos de agregados leves com as argamassas.

Palavras-chave: Simulação Computacional. Concreto de agregado leve. Módulo de Elasticidade. Resistência à Compressão. Problema Inverso.

ABSTRACT

The lightweight aggregate concrete is known for its low specific weight and high thermal and acoustic insulation capacity. One of the great challenges related to this type of concrete is to get some mechanical properties of lightweight aggregate, such as the modulus of elasticity and the compressive strength, due to its reduced size, which generates difficulties to carry out experimental tests. It is possible to find works in the literature that try to determine the mechanical properties of the lightweight aggregate through methods based on mathematical formulation and empirical deductions. An alternative to such methods is the use of simulation models and the resolution of an inverse problem for the prediction of lightweight aggregate properties. The objective of this study is the application of an inverse procedure to obtain the modulus of elasticity and the compressive strength of lightweight aggregates present in concrete by computational simulation of uniaxial compression tests in specimens. The concrete specimen is represented by a two-dimensional and biphasic mechanical computational model, constituted by mortar and circular lightweight aggregates, and the simulations were conducted in the Abaqus® program. The results were satisfactory compared to other methods in the literature, reaching cases with differences of less than 2 % for a test specimen with 15 % of aggregates. The proposed approach emerges as a possible solution for the analysis of mechanical properties of lightweight aggregates in concrete with reduced cost and time, being applied for several types of grain sizes, mortar types and different percentages of aggregates in the concrete specimen. In addition, the approach brings a better understanding about the connection between lightweight aggregates and mortars..

Key-words: Computational Simulation, Lightweight aggregate, Modulus of elasticity, Compressive Strength, Inverse Problems.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Corpo de prova de concreto de agregado leve 16
Figura 2 – Agregados leves de argila expandida 17
Figura 3 – Escala dos materiais 20
Figura 4 – Comportamento do concreto à compressão 21
Figura 5 – Obtenção do Módulo de elasticidade inicial 22
Figura 6 – Fatores que influenciam na elasticidade de um concreto 23
Figura 7 – Comportamento dos agregados, argamassa e concreto em concretos tradicionais 24
Figura 8 – Relação da resistência à compressão da argamassa com dois diferentes tipos de concreto 25
Figura 9 – Comportamento do consumo de aglomerantes com a resistência do concreto leve para duas diferentes dimensões de agregados 25
Figura 10 – Relação da geometria do agregado com o fck do concreto 28
Figura 11 – Agregados leves 29
Figura 12 – Modelos matemáticos para obtenção do Módulo de Elasticidade das 2 fases do concreto 30
Figura 13 – Método para obtenção do Módulo de Elasticidade Dinâmico do agregado 31
Figura 14 – Módulo de elasticidade do concreto com três diferentes tipos e porcentagens de agregados 33
Figura 15 – Resistência à compressão do concreto com três diferentes tipos de agregados 34
Figura 16 – Procedimento inverso 35
Figura 17 – Função de plastificação em 2 dimensões 38
Figura 18 – Cinco corpos de provas e diferentes curvas granulométricas (12,5% de agregados) 43
Figura 19 – Geração das coordenadas dos agregados para os corpos de prova estudados 44
Figura 20 – Condições de contorno e detalhe da malha gerada 44
Figura 21 – Convergência da Malha para 25% de agregados leves em um Modelo Elástico 45
Figura 22 – Convergência da Malha para 25% de agregados leves em um Modelo Elástoplástico 46
Figura 23 – Condições de contorno 47
Figura 24 – Procedimento inverso aplicado 48
Figura 25 – Esquema do Procedimento Inverso 50
Figura 26 – Resultado da verificação para os 30 Corpos de Prova 53
Figura 27 – Gráficos das porcentagens de passantes para as 5 curvas granulómetricas 56
Figura 28 – Análise da influência do Coeficiente de Poisson em concretos 62

Figura 29 – Variação do coeficiente de Poisson com o módulo de elasticidade e o f_{ck} do concreto 63
Figura 30 – Média dos valores do módulo de elasticidade 67
Figura 31 – Diferenças percentuais 71
Figura 32 – Médias dos resultados para cada CP e curva granulométrica 72
Figura 33 – Comparação das médias do fck do agregado para diferentes curvas granulométricas e argamassa M8 72
Figura 34 – Comparação das médias do fck do agregado para diferentes curvas granulométricas e argamassa M9 73
Figura 35 – Comparação das médias do fck do agregado para diferentes curvas granulométricas e argamassa M10 73
Figura 36 – Comparação para um modelo de 25% do módulo de elasticidade do concreto com o obtido experimentalmente, argamassa M8. 78
Figura 37 – Comparação para um modelo de 25% do módulo de elasticidade do concreto com o obtido experimentalmente, argamassa M9. 78
Figura 38 – Comparação para um modelo de 25% do módulo de elasticidade do concreto com o obtido experimentalmente, argamassa M10. 79

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CP	Corpo de Prova
ITZ	Zona interfacial de transição
NBR	Norma Brasileira
SN	*Shake Number*
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
CSH	Silicato de cálcio hidratado
PCC	Concreto permeável de cimento Portland
MEF	Método dos elementos finitos

LISTA DE SÍMBOLOS

$\forall$	Para todo
$\in$	Pertence
T_e	Tensor constitutivo elástico
E	Módulo de elasticidade
E_{ci}	Módulo de deformação tangente inicial
E_cexp	Módulo de elasticidade do concreto experimental
E_cnum	Módulo de elasticidade do concreto numérico
Ec_{ref}	Módulo de elasticidade do concreto de referência
E_{cs}	Módulo de elasticidade secante
$E_mmédio$	Módulo de elasticidade médio da argamassa
E_mexp	Módulo de elasticidade da argamassa experimental
E_anum	Módulo de elasticidade do agregado numérico
D_e	Função da diferença entre as propriedades elásticas experimentais e numéricas do concreto
D_f	Função da diferença entre as propriedades elásticas experimentais e numéricas do concreto
f_{ck}	Força de resistência característica à compressão
f_c	Força de resistência à compressão simples
fck_mexp	Força de resistência característica à compressão da argamassa experimental
fck_cexp	Módulo de elasticidade do concreto experimental

$fck_a num$	Força de resistência característica à compressão do agregado obtido numericamente
$fck_c num$	Força de resistência característica à compressão dp concreto obtido numericamente
f_g	Valor de parada da força de resistência à compressão
V_a	Volume de agregados
V	Volume de um domínio contínuo
V_i	Volume de um subdomínio discreto
Δ	Diferença percentual entre o resultado da literatura e o resultado do método proposto
ϕ	Função de plastificação
$d\varepsilon_p$	Incremento da deformação plástica
$d\gamma$	Multiplicador plástico
ε	Tensor de deformações elasto-plásticas
ε_e	Tensor de deformações elásticas
ε_p	Tensor de deformações plásticas
μ	Micro
ρ_a	Densidade da partícula seca
σ	Desvio percentual
ν	Coeficiente de Poisson
ν_m	Coeficiente de Poisson da argamassa
ν_a	Coeficiente de Poisson do agregado

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 15
1.1 Contextualização do problema 15
1.2 Motivação e Objetivos 17
1.3 Organização do texto 18

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 19
2.1 Estrutura do concreto 19
2.2 Comportamento Mecânico do Concreto à Compressão 20
2.3 Concretos convencionais x Concretos de agregados leves 23
2.4 Concretos leves e a influência dos agregados graúdos 26
2.5 Agregados leves 28
2.6 Modelos, ensaios e fórmulas analíticas da literatura 29
2.6.1 Obtenção do módulo de Elasticidade dos agregados 29
2.6.2 Obtenção da resistência à compressão dos agregados leves 33
2.7 Problemas Inversos 35
2.8 Modelos Constitutivos Elastoplásticos 36
2.8.1 Lei do comportamento elástico 37
2.8.2 Função de Plastificação 37
2.8.3 Regra do escoamento plástico 38

3 MÉTODOS 40
3.1 Conceitos e definições básicas 40
3.1.1 Método dos elementos finitos 40
3.1.2 Descrição geral do ABAQUS CAE ® 42
3.2 Desenvolvimento do modelo 42
3.2.1 Modelo Geométrico 42
3.2.2 Geração das coordenadas dos agregados 43
3.2.3 Malha de Elementos Finitos 44
3.2.3.1 Modelo Elástico-Linear 45
3.2.3.2 Modelo Elastoplástico 45
3.2.4 Carregamento e condições de contorno 46
3.3 Modelos Mecânicos propostos 47
3.3.1 Modelo I - Problema Elástico- Linear 47
3.3.2 Modelo II – Problema Elastoplástico 49

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO 51

4.1 Validação do Modelo 51
4.1.1 Validação baseada em um conjunto de dados numéricos 51
4.1.2 Validação baseada em um conjunto de dados experimentais 53
4.2 Obtenção das Propriedades Mecânicas dos Agregados de Concretos Leves 54
4.2.1 Conjunto de dados para o Modelo I: Elástico-Linear 54
4.2.1.1 1º conjunto de dados (Ke, 2008) 55
4.2.1.2 2º conjunto de dados (Chen, 2003) 56
4.2.1.3 3º conjunto de dados (Nilsen et al., 1995) 58
4.2.2 Conjunto de dados: Modelo II 60
4.2.3 Coeficiente de Poisson 60
4.3 Resultados do Modelo I - Elástico Linear - Módulo de elasticidade . . . 63
4.3.1 Resultados e comparações com os dados de Ke (2008) 64
4.3.2 Resultados e comparações com os dados de Chen (2003) 67
4.3.3 Resultados e comparações com os dados de Nilsen et al. (1995) 70
4.4 Resultados do Modelo II - Elastoplástico 71
4.4.1 Resultados e comparações com os dados de Ke (2008) 71
4.5 Análise dos resultados 73
4.5.1 Análise da influência das propriedades dos agregados 75
4.5.2 Resultados Complementares 77

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS 80

REFERÊNCIAS 82

ANEXO A Resultados para o Modelo II - Elastoplástico . 87

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização do problema

O concreto para fins estruturais é utilizado nos setores da construção civil em diversas obras, sendo sua composição básica o cimento, agregado míudo (areia), agregado graúdo e água. Em mesoescala, o concreto é dividido em duas fases: a argamassa (cimento, água e areia) e o agregado graúdo (brita, pedregulhos, dentre outros). Existem diferentes tipos de concretos e suas finalidades podem variar. Segundo a NBR 8953 (ABNT, 2015), o concreto pode ser classificado em leve, normal ou pesado, dependendo de sua massa específica seca. Para os concretos convencionais, sua massa específica seca está entre 2000kg/m^3 e 2800kg/m^3, já para os concretos leves os valores estão abaixo de 2000kg/m^3 de acordo com a norma referida anteriormente. Uma das vantagens dos concretos de agregados leves, segundo Chandra (2002), é a redução do peso de uma superestrutura, que pode significar redução de tempo e custos sobre a fundação e outros componentes da construção. Chandra (2002) ainda citam como vantagem a sua baixa densidade que resulta em alto isolamento térmico de edifícios, um menor custo de demolição e diminuição de resíduos se comparado a concretos convencionais. Em alguns casos, a espessura da parede e do telhado também pode ser reduzida. As suas desvantagens envolvem a menor resistência à compressão se comparado aos concretos tradicionais, devido à reduzida resistência dos agregados. Por causa das vantagens práticas do concreto de agregado leve estrutural, a sua demanda vem aumentando e pesquisas vêm sendo realizadas em todo o mundo a fim de se desenvolverem concretos leves estruturais de alta performance (Chandra, 2002). Observa-se na Fig. 1 a seção de um corpo de prova (CP) de concreto leve, sendo possível visualizar o formato e a disposição dos agregados leves.

Quando se trata do uso do concreto, é de grande importância o estudo e a determinação das propriedades mecânicas do material, realizadas por meio de ensaios experimentais e de métodos previstos em normas. Dentre as propriedades mecânicas utilizadas para

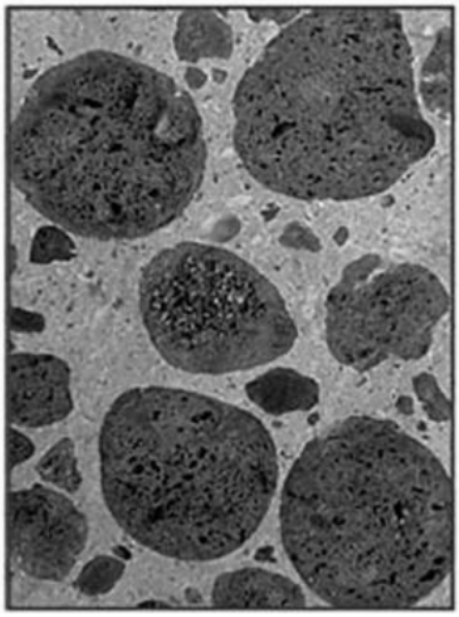


Figura 1 – Corpo de prova de concreto de agregado leve (Rossignolo, 2009)

análises do comportamento mecânico dos materiais, está o módulo de elasticidade ou módulo de Young (E), que é uma grandeza relacionada com a rigidez de um material quando esse é submetido à tração ou compressão, além da resistência característica à compressão (f_{ck}), uma propriedade utilizada no cálculo estrutural e associada a idade do concreto. Os módulos de elasticidade e o f_{ck} do concreto e da argamassa são obtidos por meio de ensaios de compressão em laboratório, fornecendo a curva tensão-deformação. A obtenção do módulo de elasticidade de um concreto se dá a partir de ensaios previstos na NBR 6118 (ABNT, 2003) e NBR 8522 (ABNT, 2008).

Existe uma relação entre o módulo de elasticidade,a resistência do concreto de agregado leve à compressão e as propriedades mecânicas e constitutivas dos agregados (Rossignolo, 2007). Portanto, com fim ao avanço da utilização deste tipo de concreto, faz-se necessária uma melhor previsão do comportamento mecânico do agregado leve e uma melhor compreensão da influência de algumas propriedades do agregado leve no concreto, como a disposição geométrica, porcentagem, formato e dimensão dos grãos. De acordo com Müller-Rochholz (1979), o agregado leve exerce uma grande influência nas propriedades mecânicas do concreto leve. Há dificuldades na determinação das propriedades físicas desses agregados, devidas ao fato de grande parte dos materiais usados como agregados leves serem produzidos industrialmente e só existirem em grãos. Müller-Rochholz (1979) ainda aponta que a produção de um agregado maior para testes com vistas a obter a relação da tensão com a deformação mudaria suas propriedades. Assim sendo, é de grande importância o avanço dos estudos e métodos envolvendo a determinação das propriedades desses agregados. A Fig. 2 apresenta um exemplo de um conjunto de agregados leves de argila expandida.

Figura 2 – Agregados leves de argila expandida

É possível encontrar na literatura o desenvolvimento de métodos (de La Précontrainte, 1983) que buscam determinar o módulo de elasticidade e a resistência à compressão do agregado leve, porém, não há muitos trabalhos dedicados ao desenvolvimento de modelos e métodos computacionais para o estudo do comportamento mecânico dos agregados em concretos e visando à obtenção das propriedades mecânicas dos agregados leves envoltos nas argamassas. Visa-se com o presente trabalho propor um método computacional para a obtenção do módulo de elasticidade e o f_c dos agregados tomando-se como base os dados experimentais das propriedades mecânicas da argamassa e do concreto, além da curva granulométrica, porcentagem e disposição de agregados. Para resolver a questão, é proposta a solução de um problema inverso por meio de simulações computacionais de ensaios de compressão uniaxial em um modelo bidimensional mesoescalar, considerando os agregados circulares.

1.2 Motivação e Objetivos

Os concretos podem ser produzidos por meio de diferentes argamassas e diversos tipos, porcentagens, curvas granulométricas e disposições de agregados. Em se tratando dos concretos de agregados leves, seus agregados tem uma grande importância em suas propriedades mecânicas e torna-se relevante o estudo do comportamento mecânico dos diversos conjuntos de agregados em concretos. Porém, os ensaios para obter o módulo de elasticidade e o fck dos agregados previstos em norma geralmente são feitos a partir da aplicação direta de uma força ou deslocamento sobre a partícula ou material constituinte, não sendo considerado o comportamento mecânico dos agregados envolvidos nas argamassas. Outro desafio em se tratando de agregados leves, é a possibilidade de se encontrar dificuldades para medir o módulo de elasticidade e fck dos agregados leves com boa exatidão devido às suas origens, formatos e dimensões (Arnould et al., 1986; Cui, 2007).

Tendo em vista o problema e as limitações para obtenção de propriedades mecânicas de agregados leves, o objetivo do presente trabalho é obter de maneira simplificada o módulo de elasticidade e o f_{ck} dos agregados em concretos de agregado leve, utilizando uma abordagem inversa por meio de simulações computacionais de ensaios uniaxiais de compressão em modelos geométricos bifásicos e bidimensionais em um software que utiliza o método dos elementos finitos.

O desenvolvimento dos modelos e a aplicação do método computacional emergem como uma solução para o problema e trazem a possibilidade de redução de tempo e de custo na previsão das propriedades dos agregados leves presentes em concretos. Além disso, essa abordagem permite avanços no controle tecnológico de concretos leves, possibilitando o desenvolvimento de modelos computacionais mais representativos e a produção de concretos com melhor desempenho por meio da seleção do conjunto adequado de seus constituintes.

1.3 Organização do texto

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica com seções que dizem respeito aos agregados leves e aos concretos. A primeira seção aborda sobre a estrutura do concreto, tema importante para a formulação de um modelo geométrico representativo do concreto. A próxima seção do capítulo traz uma revisão sobre o comportamento do concreto à compressão, com vistas a definição das condições de contorno na simulação de um corpo de prova submetido à compressão uniaxial. Há seções envolvendo o estudo comparativo do comportamento dos concretos leves e comuns, onde é possível entender a importância dos agregados leves e do estudo de suas propriedades, quando se trata de concretos leves estruturais. É também visto no capítulo uma definição dos agregados leves e a citação de alguns trabalhos e métodos encontrados na literatura envolvendo a determinação do módulo de elasticidade e resistência à compressão desses agregados. Ao final , é apresentado alguns conceitos sobre os problemas inversos e os modelos constitutivos elastoplásticos.

O Capítulo 3 mostra os métodos utilizados para o desenvolvimento dos modelos geométricos e constitutivos, além da resolução do problema inverso em questão e apresenta as propostas da dissertação para a previsão do módulo de elasticidade e do f_{ck} do agregado que se pretende alcançar.

Os resultados são apresentados no Capítulo 4 juntamente com as discussões referentes ao comportamento do agregado, frente as diferentes argamassas, tipos de agregados, curvas granulométricas e porcentagens de agregados. Para todos os casos são apresentadas análises comparativas com os resultados da literatura que empregam os mesmos conjuntos de dados. As conclusões e trabalhos futuros são discutidos no Capítulo 5.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Estrutura do concreto

O concreto é obtido pelo endurecimento da mistura de cimento com agregado miúdo (areia), agregado gráudo (brita ou outros materiais) e água, podendo ou não ser acrescido de aditivos. É possível encontrar algumas dificuldades na descrição do comportamento de estruturas de concreto pela sua heterogeneidade, por ser poroso e multifásico e possuir no seu interior líquidos e gases. Na engenharia, costuma-se utilizar três diferentes escalas estruturais, denominadas de macroescala, mesoescala e microescala, dependendo de como se deseja estudar o concreto. Segundo Borges (2015) em microescala, a estrutura interna do cimento e da pasta de argamassa endurecida são as características mais relevantes, já na mesoescala, as partículas das estruturas tornam-se mais importantes. Na macroescala, as estruturas internas do material não podem ser reconhecidas (Bittencourt, 1999). Existem ainda estudos mais aprofundados que visualizam o concreto em escala nanométrica, em ordem de $10^{-9}m$, sendo possível visualizar diferentes estruturas atômicas no concreto. A Fig. 3 mostra o exemplo de uma escala métrica de micro a macro, com exemplos de tipos de estruturas possíveis de visualizar em suas respectivas escalas. As escalas maiores geralmente são representadas por estruturas tipicas de Engenharia Civil e nas escalas menores estruturas dos cristais. A sigla CSH presente na figura representa o silicato de cálcio hidratado, que representa uma fase ligante do concreto obtida pela hidratação do cimento Portland. Segundo Borges (2015), a natureza heterogênea do material provoca concentração local de tensões e a existência de poros e impurezas no material diminui a resistência do concreto.

O comportamento mecânico do concreto na macroescala é um reflexo do que acontece na mesoescala (Borges, 2015). Portanto, estudar o comportamento em escalas menores, mostrará o comportamento da peça estrutural na macroescala. Em mesoescala, o concreto pode ser considerado um material bifásico, consistindo de partículas de agregado

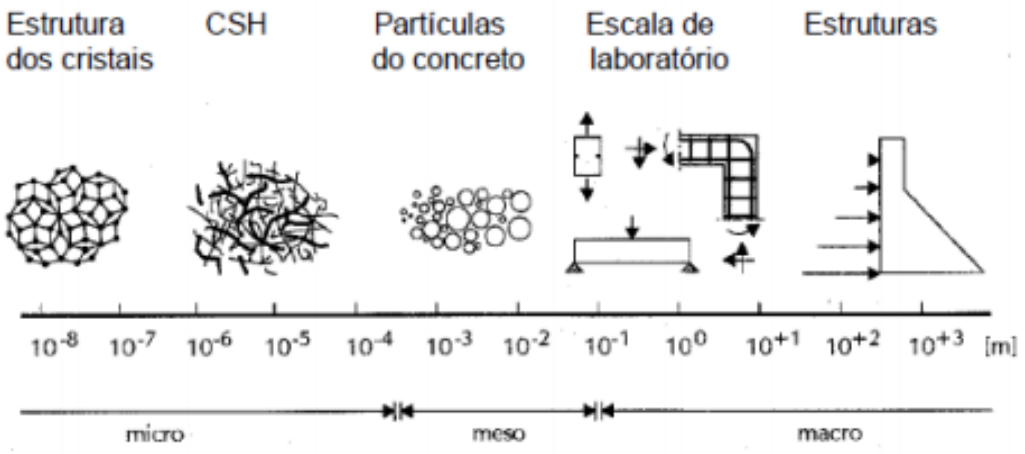


Figura 3 – Escala dos materiais, segundo Bittencourt (1999)

dispersas em uma matriz de pasta de cimento. Essas duas fases são chamadas de fase Agregado e fase Pasta, respectivamente. Ainda pode-se considerar que o concreto apresenta também uma terceira fase, chamada de Zona de Transição (ITZ, do inglês *Interfacial Transition Zone*). A Zona de Transição está localizada entre as fases agregado e pasta, é uma região de 10 a 50 μm de espessura ao redor do agregado graúdo. Ela é a parte mais fraca do concreto devido ao acúmulo de água na superfície do agregado juntamente com o surgimento de vazios internos na pasta sendo assim responsável pela resistência limite. Por ser a parte mais fraca, comparada com as fases agregado e pasta, exerce uma influência muito maior sobre o comportamento mecânico do concreto (Mehta, 2008).

2.2 Comportamento Mecânico do Concreto à Compressão

De acordo com Pinheiro et al. (2010), as principais propriedades mecânicas do concreto são: resistência à compressão, resistência à tração e módulo de elasticidade. Essas propriedades são determinadas a partir de ensaios executados em condições específicas. Geralmente, os ensaios são realizados para controle da qualidade e atendimento às especificações normativas. Ainda segundo Pinheiro et al. (2010), a resistência à compressão simples, denominada f_c, é a característica mecânica mais importante. Para estimá-la em um lote de concreto, são moldados e preparados corpos-de-prova para ensaio segundo a NBR 5739 (ABNT, 2007). Ensaios em laboratório mostram que o comportamento do concreto submetido a um carregamento de compressão uniaxial é influenciado pelo surgimento de fissuras internas levando a uma perda gradual de rigidez e resistência (Proença, 1988; Pituba, 2003; Mehta, 2008). A Fig. 4 mostra o comportamento do concreto quando

submetido à compressão uniaxial, sendo as seguintes características destacadas por Mehta (2008):

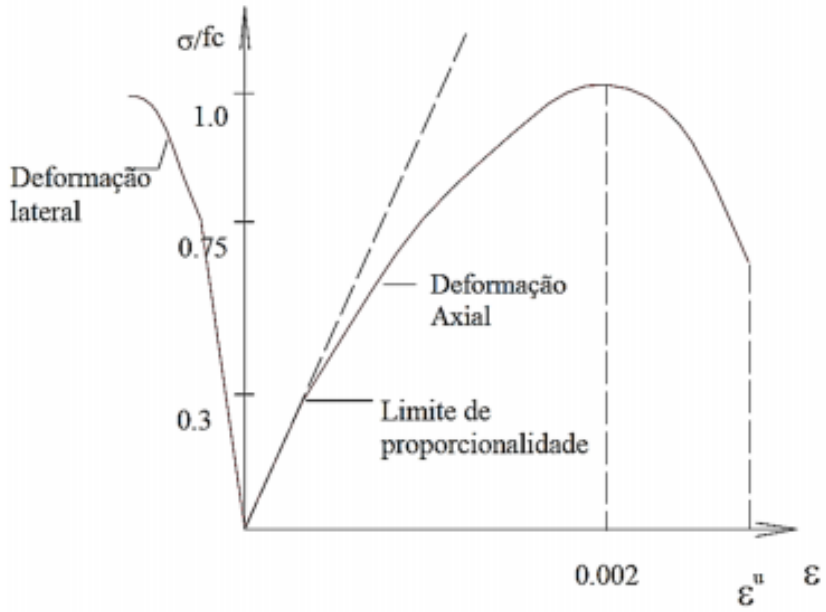


Figura 4 – Comportamento do concreto à compressão, segundo Proença (1988)

1. No início do carregamento até a marca de 30% da resistência à compressão (f_c), o concreto desenvolve um estado quase linear-elástico. Tem-se a manutenção da rigidez e do coeficiente de Poisson. A pequena não linearidade é proveniente do início do escorregamento no contato dos agregados com a argamassa.

2. No valor de 30 a 50% de f_c, tem se, na mesoescala, o início das propagação das fissuras na Zona de Transição. Isso provoca uma perda da rigidez do concreto, porém o coeficiente de Poisson permanece o mesmo.

3. No valor de 50 a 75% de f_c, tem-se a propagação das fissuras na pasta de concreto, juntamente com a propagação das fissuras da Zona de Transição, o que tende a tornar o sistema instável.

4. Para valores acima de 75% de f_c, o sistema torna-se instável. Existe a conexão das fissuras da Zona de Transição e da pasta de cimento, resultando no colapso da peça. A partir desse valor, acontece o efeito Rüsch. O item 8.2.10.1 da ABNT NBR 6118 (ABNT, 2003) – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento – trata do denominado efeito Rüsch. Esse efeito é representado por um coeficiente de segurança (0,85) e que está associado à redução da resistência do concreto devido ao efeito deletério das cargas de longa duração. A grandeza do efeito Rüsch depende da maturidade do concreto onde a carga de longa duração é aplicada. Quanto

mais tempo de cura, maior tende a ser o coeficiente e, consequentemente, maior a resistência do material à compressão. Uma vez que, se o concreto for submetido a valores superiores a essa marca, mesmo em um regime constante, o material continuará a ruir com o tempo. Assim sendo, há a evolução e a integração das fissuras na argamassa.

Outro aspecto fundamental no projeto de estruturas de concreto consiste na relação entre as tensões e as deformações. Sabe-se da Resistência dos Materiais que existe uma relação linear entre tensão e deformação em determinados intervalos, por meio da Lei de Hooke presente na Eq. (2.1):

$$\sigma = E\epsilon \tag{2.1}$$

onde σ a tensão, ϵ a deformação específica e E o Módulo de Elasticidade ou Módulo de Deformação Longitudinal

O módulo de Elasticidade é obtido pela parte retilínea da curva tensão-deformação ou pela tangente da curva na origem, conforme a Fig. 5. Neste caso, tem-se o Módulo de deformação tangente inicial, E_{ci}. O módulo de deformação tangente inicial é obtido pelo ensaio descrito na NBR 8522 (ABNT, 2008).

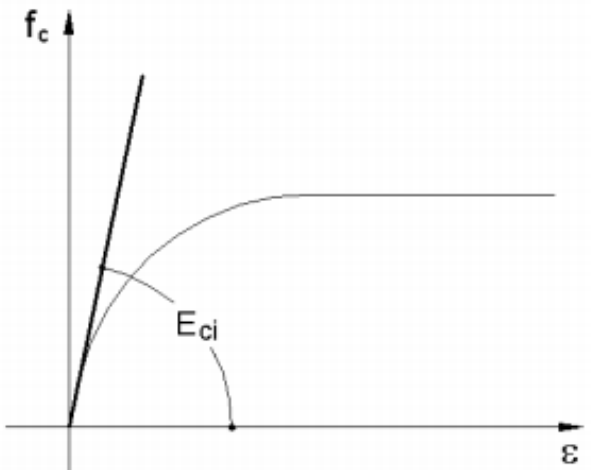


Figura 5 – Obtenção do Módulo de elasticidade inicial, extraído de Pinheiro et al. (2010)

Quando não for possível a realização de ensaios e faltarem dados mais precisos sobre o concreto para a idade de 28 dias, Pinheiro et al. (2010) cita em seu trabalho que é possível obter uma fórmula que estima o Módulo de elasticidade inicial relacionando com o fck do concreto, usando a Eq. (2.2).

$$E_{ci} = 5600{f_{ck}}^{1/2}. \tag{2.2}$$

Ainda existe uma propriedade chamada de Módulo de Elasticidade secante ou E_{cs}, conforme a Eq. (2.3), usado para análises elásticas de projeto e para avaliar o

comportamento de um elemento estrutural ou de uma seção transversal à tração ou compressão (Pinheiro et al., 2010). Geralmente, o módulo de elasticidade é dado em MPa.

$$E_{cs} = 0,85E_{ci} \tag{2.3}$$

Além disso, diversos outros fatores são considerados no estudo do comportamento mecânico do concreto. A Fig. 6 mostra alguns fatores e parâmetros que influenciam no módulo de elasticidade do concreto e seu consequente comportamento de acordo com Mehta (2014). Onde se lê na figura zona de transição, diz respeito a zona de transição da interface e as condições de carregamentos são as condições de contorno do ensaio. Conclui-se pela figura que o tipo e fração volumétrica do agregado, umidade do corpo de prova, o módulo de elasticidade da argamassa, a porosidade, a zona de transição da interface e os parâmetros do ensaio têm relação com o módulo de elasticidade do concreto, fazendo com o que o estudo desses itens em conjunto seja importante na determinação das propriedades mecânicas do material.

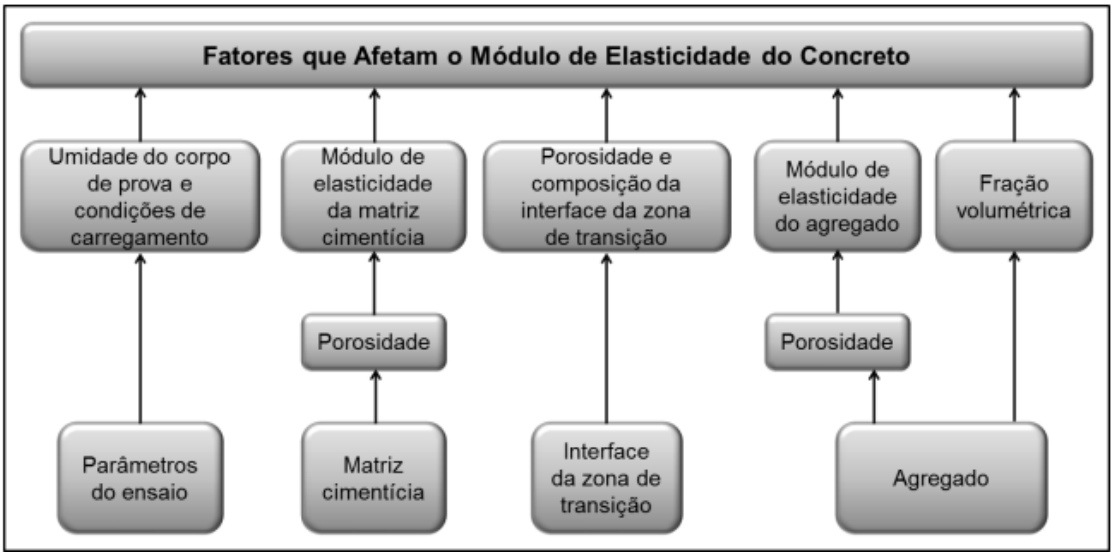


Figura 6 – Fatores que influenciam na elasticidade de um concreto (Mehta, 2014)

2.3 Concretos convencionais x Concretos de agregados leves

É possível encontrar estudos (Rossignolo, 2005) que relacionam o comportamento do concreto de agregado leve com os concretos tradicionais . A grande diferença é que nos concretos normais os agregados apresentam uma resistência alta em relação às argamassas, enquanto que nos concretos leves os agregados apresentam resistência e elasticidade menores que as argamassas. A Fig. 9 mostra a curva tensão-deformação para um concreto

tradicional relacionando o comportamento da argamassa, do agregado e do concreto. Ao contrário dos concretos tradicionais, no concreto de agregado leve o agregado é a fase mais frágil, por onde a ruptura começa (Ke et al., 2009).

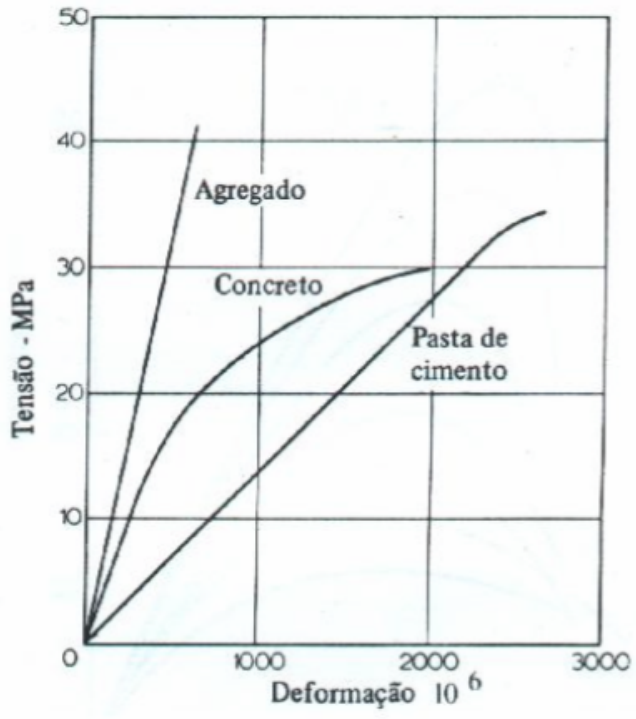


Figura 7 – Comportamento dos agregados, argamassa e concreto em concretos tradicionais (Mehta, 1994)

Devido a diferença de comportamento dos concretos leves e normais, ao longo do tempo pesquisas foram realizadas a fim de entender os motivos da mudança de propriedades do concreto e como o uso de diferentes agregados influenciava em seu comportamento. Alguns estudos demonstram a influência da resistência da argamassa e da dimensão dos agregados na resistência à compressão do concreto (Rossignolo, 2005, 2007). A Fig. 8 representa a relação do aumento da resistência à compressão da argamassa com o f_{ck} do concreto leve e do concreto normal. Observa-se que diferentemente dos concretos comuns, existe um ponto nos concretos leves, denominado f_g, onde o aumento da resistência à compressão da argamassa não traz influência no f_{ck} do concreto. Isso nos leva a concluir que é necessário buscar as propriedades dos agregados que possibilitam o aumento da resistência à compressão do concreto, já que quando ele atinge o seu limiar (f_g), a argamassa não traz grandes ganhos em termos de resistência. A Fig. 9 ilustra a relação da dimensão máxima dos agregados de argila expandida presentes em um corpo de prova com a resistência do concreto aos 28 dias. É possível concluir pela figura que dependendo do consumo de aglomerantes, a dimensão máxima pode ocasionar a redução ou o aumento da resistência do concreto. O aglomerante é o material ativo ou ligante que em geral, é pulverulento, que tem função principal de formar uma pasta de união entre os grãos do agregado (Araujo

et al., 2000). Segundo o mesmo autor, os aglomerantes podem ser aéreos como a cal aérea, hidráulicos como o cimento Portland ou poliméricos como a resina acrílica.

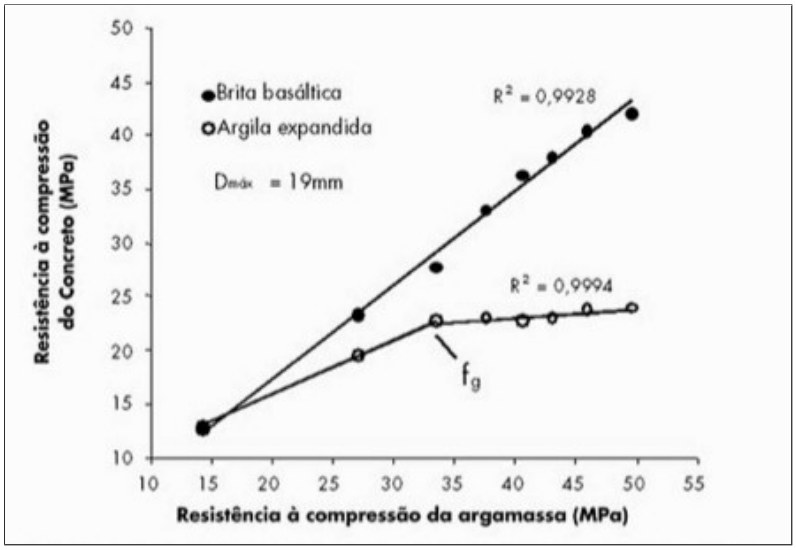


Figura 8 – Relação da resistência à compressão da argamassa com dois diferentes tipos de concreto (Rossignolo, 2005)

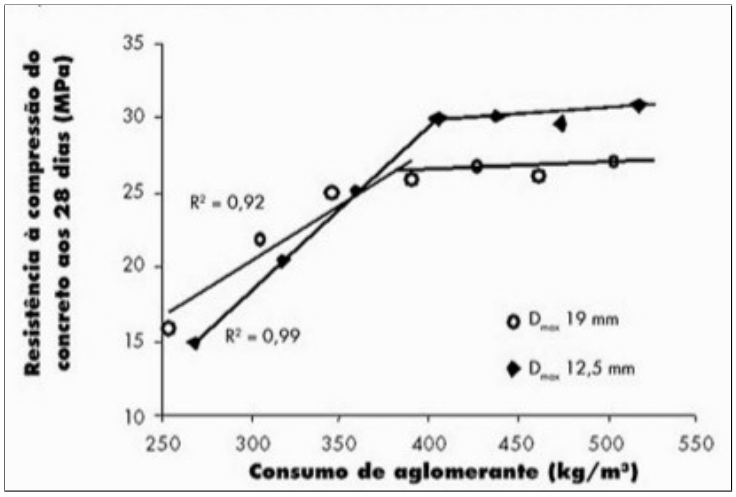


Figura 9 – Comportamento do consumo de aglomerantes com a resistência do concreto leve para duas diferentes dimensões de agregados (Rossignolo, 2007)

Com isso, o trabalho de Rossignolo (2007) concluiu que para o concreto leve, a dimensão e as propriedades do agregado têm grande importância no valor da resistência característica aos 28 dias. Schwantes (2012) reforça que a granulometria dos agregados tem maior influência na resistência à compressão dos concretos leves do que nos concretos convencionais, uma vez que o valor da massa específica dos agregados leves, como é o caso da argila expandida, é inversamente proporcional à dimensão. Sendo assim, faz-se necessário um estudo mais aprofundado das propriedades dos agregados com fim ao melhor entendimento do concreto em questão e de maneira a obter métodos mais simplificados de se prever as propriedades mecânicas dos agregados leves envoltos nas argamassas.

2.4 Concretos leves e a influência dos agregados graúdos

Além do concreto leve ser conhecido por seu baixo peso específico, é possível encontrar definições do ponto de vista da trabalhabilidade e outras propriedades para esse tipo de concreto. Mehta (2008) cita que para esse tipo de concreto é comum utilizar areia de massa específica convencional como agregado miúdo e que a dimensão do agregado leve não deve passar de 19 mm. Schwantes (2012) define que concreto leve é um material com estrutura porosa com propriedades refratárias e de isolamento térmico com massas específicas inferiores ao concreto normal. Sobre seu uso na Engenharia, Rossignolo (2009) na página 91, define:

> "Apesar de o concreto leve estrutural apresentar aplicações nos mais diversos setores da construção civil, sua viabilidade técnica e econômica é maior em estruturas nas quais grande parte das solicitações devem-se ao peso próprio, como pontes e edificações de múltiplos pavimentos, em construções que envolvem transporte de componentes, caso dos sistemas construtivos pré-fabricados, e em estruturas flutuantes, como plataformas e tanques."

Segundo o livro de Chandra (2002), o concreto de agregado leve apresenta algumas vantagens tais como a redução no peso da superestrutura, significando uma redução da fundação, no tempo e nos custos com o uso de equipamentos menores ou maiores unidades de pré-moldados empregados. Sua menor densidade resulta em um alto isolamento térmico dos edifícios e em alguns casos, a espessura das paredes e telhados podem ser reduzidas. Praticamente todos os concretos leves são resistentes a fogo. Dependendo da sua densidade e resistência, esse concreto pode ser facilmente cortado, perfurado e embutido com ferramentas usuais de marcenaria. Como o agregado tem uma densidade baixa, para balancear e obter concretos leves com maiores resistências, utilizam-se argamassas com altas resistências. A desvantagem de se utilizar essas argamassas é a diminuição do isolamento térmico e acústico. Uma solução é modificar a estrutura porosa usando polímeros, agentes de entrada de ar ou fibra. Uma outra característica marcante nos concretos leves é a boa aderência entre o agregado leve e a argamassa. Segundo Neville (1997) essa é a causa da ausência de microfissuras na aderência às primeiras idades, apresentando uma linearidade da relação tensão-deformação até em torno de 90% da resistência final.

Em se tratando dos efeitos dos agregados nos concretos leves, é possível encontrar alguns estudos como o de Crouch (2007) onde foi feita uma investigação dos efeitos da granulometria, quantidade e tamanho do agregados sobre o módulo de elasticidade estático do concreto permeável de cimento portland (PCC), por meio da consideração de quatro diferentes tipos de misturas. Os autores realizaram ensaios experimentais com concretos compostos de Cimento Portland, água, agregado graúdo, e, em alguns casos, aditivos

químicos ou materiais complementares de cimentação. Eles concluíram que o aumento da porcentagem de agregado resultou em uma diminuição estatisticamente significativa do f_c e módulo de elasticidade, devido à diminuição da quantidade de argamassa. Entretanto, não foi observada diferença significativa entre o módulo de elasticidade estático do concreto quando foram utilizados diferentes tamanhos de agregados e, nas misturas com agregados de menor granulometria, o f_c teve um valor superior.

Um experimento realizado por Ke et al. (2009) investigou a influência do volume e das características dos agregados leves de diferentes fabricações sobre algumas propriedades mecânicas dos concretos. Foram estudados seis tipos de agregados de argila e xisto expandido e seus efeitos no concreto, ao considerar diversas porcentagens e qualidades de agregados, além da densidade, geometria, espessura, porcentagem de poros e grãos quebrados. O formato dos agregados de argila expandida tiveram, em grande parte, geometria esférica. Já os de xisto apresentaram geometria mais irregular e diversas extensões de grãos. Em geral, a rigidez da argamassa é de 3 a 4 vezes menor que a do agregado e o aumento do volume de agregados diminui o módulo de elasticidade do concreto. Segundo o trabalho citado, em relação à densidade dos agregados, os autores concluíram que essa propriedade influencia no módulo de elasticidade e f_c do concreto. Foram analisados agregados com densidades diferentes e o trabalho citado concluiu que para os agregados com densidades menores que 1000 kg/m^3, o módulo de elasticidade e o f_c do concreto sofre uma redução de valor com o aumento da porcentagem de agregados e para agregados com densidades entre 1430 kg/m^3 e 1570 kg/m^3, o aumento da porcentagem de agregados diminui o módulo de elasticidade do concreto como esperado, porém, não ocorre a redução da resistência à compressão do concreto.

Outro estudo experimental conduzido por Cui et al. (2012) analisou a relação do volume de agregados leves com as propriedades mecânicas e a fragilidade dos concretos. Foram escolhidos para o estudo as porcentagens volumétricas de 30%, 40% e 50% e cinco tipos diferentes de agregados leves com diferentes densidades e origens: dois de argila expandida de forma esférica e dimensões diferentes, um de argila expandida de formato alongado, um de xisto expandido, além de uma mistura de agregado de xisto com cinza pulverulenta. Ao fim dos ensaios, foi observado que o formato dos agregados exerce grande influência sobre as propriedades mecânicas do concreto em questão e que o aumento da porcentagem de agregados leves geralmente traz uma diminuição do f_c e do módulo de elasticidade longitudinal do concreto. A Fig. 10 é um exemplo da relação da dimensão máxima da argila expandida com o f_{ck} do concreto, onde nota-se que o aumento da dimensão máxima desse agregado é inversamente proporcional ao f_{ck} do concreto.

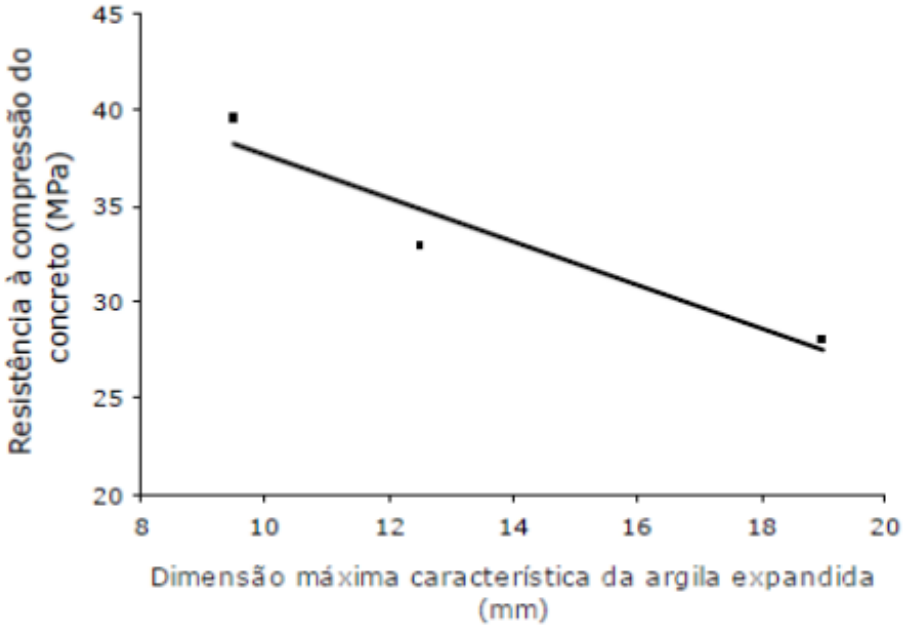


Figura 10 – Relação da geometria do agregado com o fck do concreto (Evangelista, 1996)

2.5 Agregados leves

Os agregados podem ser classificados em graúdo (partículas maiores que $4,75$ mm) e miúdos (partículas que variam em torno de 75μm). Os agregados não são apenas um material de preenchimento, eles apresentam características importantes para a composição do concreto, tais como: porosidade, distribuição granulométrica, absorção de água, forma e textura superficial, resistência à compressão, módulo de elasticidade, peso e outros. Essas propriedades dependem da matéria-prima e dos processos de extração ou produção do agregado. Os agregados leves ainda podem ser divididos de acordo com sua massa específica aparente, sendo classificados como leves (argila expandida, pedra-pomes, vermiculita), normais (pedras britadas, areias, seixos) e pesados (hematita, magnetita, barita).

Segundo Maycá (2006), os agregados leves também podem ser classificados em naturais e artificiais. Os naturais são provenientes de rochas ígneas extrusivas ou vulcânicas como pumicita, escória ou tufo. Os artificiais são produzidos a partir do tratamento térmico de matérias primas naturais como argila, folhelho, vermiculita e ardósia ou de subprodutos industriais como a cinza volante e a escória de alto forno. Porém, Neville (1997) deixa registrado que somente os agregados obtidos por expansão de argila, xisto ou ardósia podem ser usados em concretos estruturais leves. A Fig 11 apresenta alguns tipos de agregados leves com os seguintes materiais da esquerda pra direita: argila expandida, poliestireno (isopor), ardósia e xisto.

Esses agregados apresentam algumas desvantagens como seu alto preço. Ainda

Figura 11 – Agregados leves Yoon et al. (2015)

assim, quando se trata de seu uso em concretos leves, é necessário levar em consideração custos envolvendo mão de obra, reforços, transporte e outros, pois, por ser leve, ele tem melhor trabalhabilidade e consequentemente traz menor gasto com trabalhadores, além de ter um menor custo de demolição e com equipamentos e gerar menos resíduos sólidos quando comparado com os concretos normais (Chandra, 2002). O vínculo entre o agregado e a argamassa é mais forte do que nos concretos normais, sendo possível a penetração da pasta de cimento nos agregados por conta da estrutura porosa do agregado. Assim sendo, a Zona de Transição Interfacial é bem pequena ou ausente entre o agregado e a argamassa, o que é uma característica importante quando se analisa a durabilidade do concreto de agregado leve.

2.6 Modelos, ensaios e fórmulas analíticas da literatura

2.6.1 Obtenção do módulo de Elasticidade dos agregados

Os agregados leves são altamente porosos e, dependendo de quão porosos eles são, seu módulo de elasticidade pode variar de 7 GPa a 28 GPa (Duplan et al., 2014). Mehta (2008) encontraram módulos de elasticidade de um agregado leve com argila expandida com variação entre 14 GPa e 21 GPa. Para efeito de comparação, os módulos de elasticidade de agregados utilizados em concretos normais como o granito, rochas vulcânicas e basaltos têm módulo de elasticidade na faixa de 69 GPa a 138 GPa.

Existem alguns métodos propostos na literatura para a determinação do módulo de elasticidade de agregados. Pesquisadores desenvolveram modelos matemáticos para

prever o módulo de elasticidade dos concretos em função das propriedades elásticas de seus componentes, considerando, em sua maioria, o concreto como um material bifásico (argamassa e agregado graúdo). Citam-se entre alguns modelos presentes para determinação do módulo de elasticidade do concreto e do agregado, em Baalbaki (1992) : Voigt (Zhou, 1995), Reuss (Zhou, 1995), Hirsch-Dougill (Kurugöl, 2008), Popovics (Kurugöl, 2008), Counto (Güneyisi, 2004), Hashin (Hansen, 1965), Bache e Nepper-Christensen (Lydon and Balendran, 1986). A Fig. 12 representa os modelos citados com as devidas formulações matemáticas com o intuito de obter o módulo de elasticidade do concreto por meio das propriedades elásticas do agregado. Entretanto, devido à reduzida dimensão dos agregados leves, é difícil determinar o seu módulo de elasticidade diretamente e esses modelos em geral não são aplicáveis (Arnould et al., 1986).

E = Módulo de Elasticidade g = Coef. de Poisson	**Fase 1: Argamassa** **Fase 2: Agregados graúdos**	
	Modelo de Voigt	$E_c = E_1 g_1 + E_2 g_2$
	Modelo de Reuss	$\frac{1}{E_c} = \frac{g_1}{E_1} + \frac{g_2}{E_2}$
	Modelo de Hirsch-Dougill	$\frac{1}{E_C} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{E_{C_{voigt}}} + \frac{1}{E_{C_{Reuss}}}\right)$
	Modelo de Popovics	$E_c = \frac{1}{2}\left(E_{C_{voigt}} + E_{C_{Reuss}}\right)$
	Modelo de Counto	$\frac{1}{E_c} = \frac{1-\sqrt{g_2}}{E_1} + \left(\frac{1-\sqrt{g_2}}{\sqrt{g_2}} E_1 + E_2\right)^{-1}$
	Modelo de Hashin	$E_C = \left[\frac{(E_1+E_2)+(E_2-E_1)g_2}{(E_1+E_2)-(E_2-E_1)g_2}\right] \cdot E_1$
Modelo de Bache e Nepper-Christensen		$E_C = E_1^{g_1} \cdot E_2^{g_2}$ c= concreto

Figura 12 – Modelos matemáticos para obtenção do Módulo de Elasticidade das 2 fases do concreto, adaptado e extraído de Cui (2007)

Alguns métodos tem sido desenvolvidos para obter o módulo de elasticidade do agregado leve, como o proposto pela Federação Internacional de La Précontrainte (1983), que utiliza o módulo de elasticidade dinâmico do agregado obtido, calculado a partir de medidas ultrassônicas de pulsos de velocidade em agregados leves naturais e de xisto, escória porosa e argila expandida com densidades diversas. Ao fim é traçada uma curva que relaciona a densidade da partícula e seu respectivo módulo de elasticidade. Através

dos resultados obtidos pelos ensaios empíricos, visualizados pela Fig. 13, é possível obter uma formulação para módulo de elasticidade do agregado leve. A Eq. (2.4) representa a formulação do valor médio para os agregados leves por meio da curva gerada e a densidade da partícula seca (ρ_a). A desvantagem dessa metodologia é que além do módulo de elasticidade ser obtido por meio de uma média empírica, não se considera na partícula seu formato e o volume dos poros, a interação do agregado com a argamassa, além da irregularidade de suas texturas.

$$E_a médio = 8000 \cdot {\rho_a}^2 \tag{2.4}$$

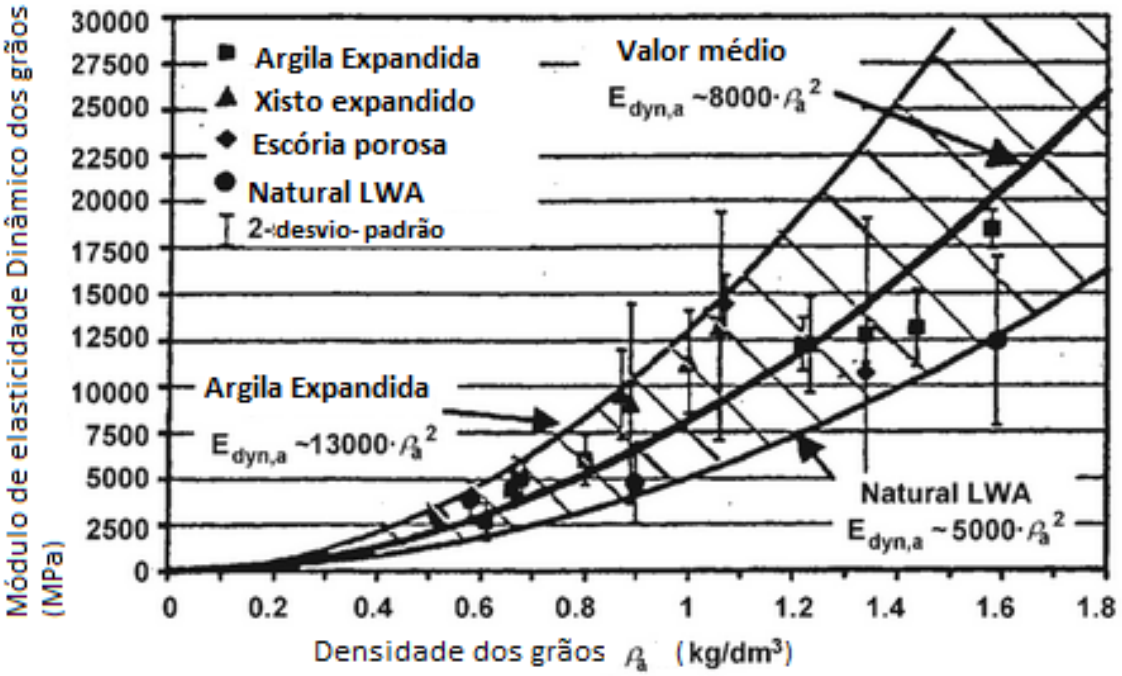


Figura 13 – Método para obtenção do Módulo de Elasticidade Dinâmico (Chandra, 2002)

Métodos micromecânicos também são utilizados para prever essa propriedade, como no trabalho de Yang (1997), que apresenta como limitações fórmulas muito complexas com dificuldades de aplicações na prática (Cui, 2007). Uma alternativa é o modelo de Mori-Tanaka, baseado na teoria da composição dos materiais (Nilsen et al., 1995). Outro exemplo é o método do agregado central usado por Chen (2003), onde a partir de um agregado normal esférico posicionado no centro de um corpo de prova de concreto cilíndrico, é obtida uma fórmula do módulo de elasticidade do agregado em função do módulo de elasticidade da argamassa e do concreto. Segundo Chen (2003), os resultados numéricos mostram que o módulo de elasticidade do agregado, da argamassa e o volume de agregados são os principais fatores que afetam no módulo de elasticidade do concreto. Apesar de ter uma maior facilidade de aplicação, esse último modelo pode apresentar divergências em torno de 34% dos valores esperados. Os trabalhos que aplicaram esse método, desenvolveram

uma formulação para o concreto normal e a empregaram posteriormente para o concreto leve.

Uma técnica experimental para obter propriedades mecânicas de materiais é a indentação instrumentada com o objetivo de resolver problemas envolvendo dureza, ultramicrodureza e nanodureza (Loubet et al., 1984; Stone et al., 1988; Li, 2002). Os equipamentos dinâmicos de ensaio de dureza representam um dos progressos mais marcantes no desenvolvimento deste tipo de ensaio, pois além de calcularem a dureza pelo traçado da curva de carga-descarga é também possível determinar o módulo de elasticidade do material. É possível identificar na literatura trabalhos que visam encontrar propriedades elásticas do concreto através de modelos micromecânicos e comparam com técnicas de nanoindentação como o presente em Zanjani (2014).

Existem trabalhos na literatura que utilizam métodos numéricos para a obtenção das propriedades do agregado leve, como o trabalho de Ke et al. (2010) que considera modelos de 2 e 3 fases (com e sem ITZ) e apresenta um avanço através da solução por meio de método inverso de homogeneização iterativa, usando dados e modelos matemáticos constitutivos presentes no trabalho de Arnould et al. (1986).

Segundo Duplan et al. (2014), as propriedades elásticas da argila expandida são difíceis de serem determinadas e podem apresentar divergências. Para agregados leves de mesma produção, Ke et al. (2010) encontraram valores para o módulo de elasticidade em torno de 8GPa, com Coeficiente de Poisson de 0,2. Em outro trabalho (Nilsen et al., 1995), os autores estimaram que os módulos de elasticidade para os mesmos agregados, dimensões e pesos variam de 15 a 20 GPa. Essas divergências de resultados reforçam a falta de confiabilidade na faixa de valores encontrados e apontam para a necessidade de uma melhor precisão na determinação dessa propriedade elástica em questão.

O trabalho de Nilsen et al. (1995) usa 3 tipos diferentes de agregados e faz a comparação dos resultados de módulo de elasticidade do agregado encontrados com três métodos e modelos da literatura (Gommers, 1998; Kuster, 1974; Müller-Rochholz, 1979) e a partir do estudo é possível encontrar algumas relações do módulo de elasticidade e porcentagens de agregados com os módulos de elasticidade do concreto. A Fig. 14 representa 3 tipos diferentes de agregados leves, com seus respectivos módulos de elasticidade do concreto, de acordo com a porcentagem de agregados presente no corpo de prova. A figura demonstra que o tipo e a porcentagem de agregados interferem no módulo de elasticidade do concreto leve, o que é uma motivação para um estudo mais aprofundado do módulo de elasticidade do agregado para diferentes tipos e frações. Por fim, a lista seguinte traz o resumo de alguns métodos utilizados na literatura para obtenção do módulo de elasticidade dos agregados leves:

- Modelos matemáticos micromecânicos baseados em Mori-Tanaka (Gommers, 1998)

- Formulações pelo método do agregado central (Chen, 2003)
- Medidas por pulso de velocidade de ultrassom (de La Précontrainte, 1983)
- Métodos de indentação instrumentada (Stone et al., 1988)
- Método de homogeneização iterativo (Ke et al., 2010)

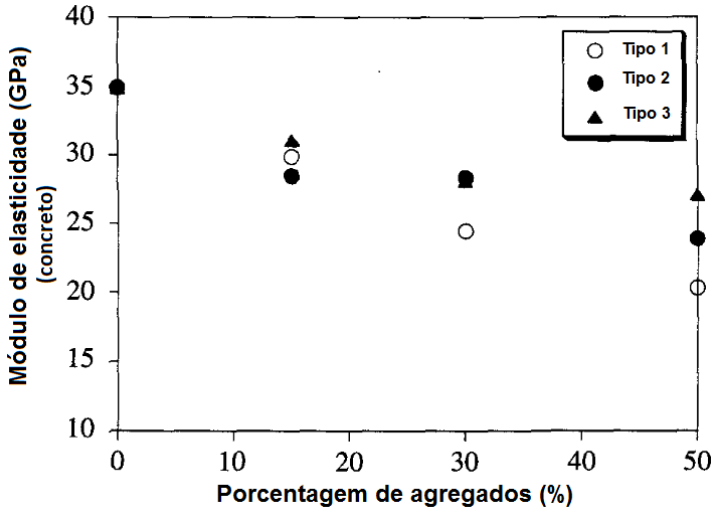


Figura 14 – Módulo de elasticidade do concreto com três diferentes tipos e porcentagens de agregados (Nilsen et al., 1995)

2.6.2 Obtenção da resistência à compressão dos agregados leves

Quando se utilizam agregados de origem até então nunca experimentada, ou ainda no caso de agregados leves, de acordo com Coutinho (1999), dispõe-se de alguns ensaios que permitem avaliar a resistência do agregado, tais como : determinação da tensão de ruptura da rocha originária, ensaios de compressão confinada sobre alguns grupos de partículas pra medir a resistência ao esmagamento por meio da NBR 9938 (ABNT, 2013), ensaios sobre partículas individuais, ensaios comparativos sobre concretos idênticos compostos de um agregado cujo comportamento é conhecido e outros com o agregado em estudo (Coutinho, 1988). Uma técnica usual de ensaios sobre partículas individuais para obter propriedades mecânicas de materiais é a indentação instrumentalizada e diversas pesquisas se utilizam desta técnica (Loubet et al., 1984; Stone et al., 1988; Li, 2002) com o objetivo de resolver problemas envolvendo dureza, ultramicrodureza e nanodureza.

É possível ainda encontrar trabalhos que relacionam a resistência à compressão com o tipo e a porcentagem de agregados, onde é possível observar que o tipo de agregado leve e a porcentagem de agregados influi significativamente na resistência à compressão do concreto leve. A Fig. 15 representa bem essa situação pelo trabalho de Nilsen et al.

(1995). Pode ser concluído pelo gráfico que para uma fração de agregados leves até em torno de 0,25, nota-se uma redução considerável da resistência à compressão do concreto, já para as frações acima de 0,25, o f_{ck} varia menos.

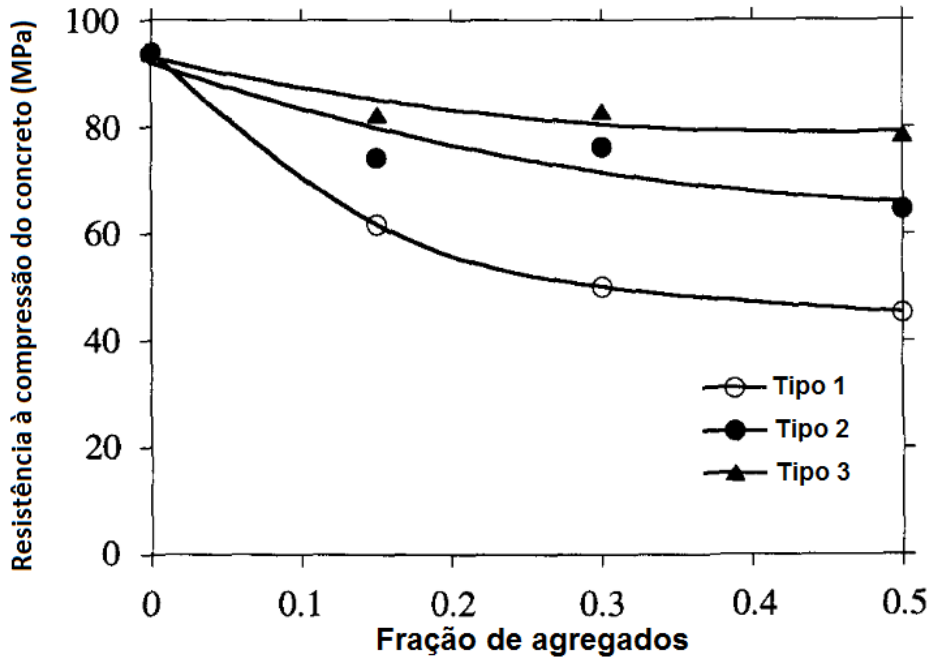


Figura 15 – Resistência à compressão do concreto com três diferentes tipos de agregados, adaptado e extraído de Nilsen et al. (1995)

A seguir, encontra-se uma lista com alguns dos métodos comumentes encontrados na literatura para encontrar a força de resistência à compressão dos agregados leves :

- Determinação da tensão de ruptura da rocha originária conforme NBR 6118 (ABNT, 2003)
- Ensaios de compressão confinada sobre grupos de partículas pra medir a resistência ao esmagamento (*crushing test*) por meio da NBR 9938 (ABNT, 2013)
- Ensaios sobre partículas individuais
- Ensaios comparativos sobre concretos idênticos composto de um agregado cujo comportamento é conhecido e outros com o agregado em estudo (Coutinho, 1988)
- Método de homogeneização iterativo (Ke, 2008)
- Métodos de indentação instrumentada (Stone et al., 1988)

2.7 Problemas Inversos

Segundo Engl et al. (1996) :

"Resolver um problema inverso é determinar causas desconhecidas a partir de efeitos desejados ou observados".

Em se tratando dos problemas inversos, geralmente, existem parâmetros imprecisos devido a erros experimentais ou dados incompletos. Diferentemente, problemas diretos requerem um conhecimento completo e preciso das causas para a determinação dos efeitos de Campos Velho (2001). Normalmente, para a resolução de um problema mecânico, utiliza-se uma abordagem direta, em que se conhecem as propriedades das diferentes fases que compõem o modelo e se deseja inferir sobre o comportamento do conjunto. Aqui, trata-se de um problema inverso, pois o que se conhece experimentalmente é o desempenho do corpo de prova de concreto e o intuito é o de se determinar a propriedade de uma das fases. A Fig. 16 representa o problema estudado, uma vez que se conhecem as propriedades mecânicas da argamassa e do concreto e o que se deseja determinar são as propriedades do agregado, sendo visto como um problema inverso.

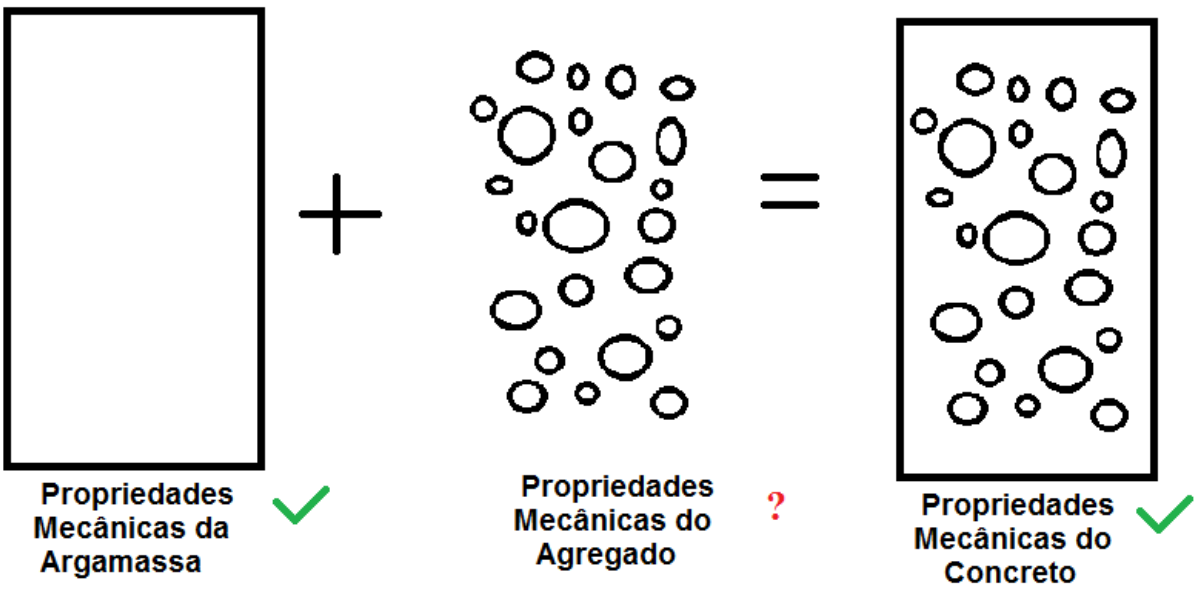


Figura 16 – Procedimento inverso

Segundo de Campos Velho (2001), matematicamente problemas inversos pertencem à classe de problemas mal-postos. Um problema bem-posto é aquele em que se cumprem as três condições abaixo:

(i) existe solução;

(ii) a solução é única;

(iii) a solução tem uma dependência contínua (suave) com os dados de entrada.

Existem algumas áreas da sociedade que estão relacionadas com os problemas inversos, seja pela natureza do objetivo de estudo ou pelo ponto de vista metodológico. Segundo de Campos Velho (2001), é possível encontrar algumas áreas correlatadas aos problemas inversos, tais como:

- Identificação de Sistemas;
- Álgebra Linear Computacional em Problemas de Posto Incompleto;
- Reconstrução de Imagens;
- Teoria de Filtragem;
- Assimilação/Iniciação de Dados;
- Teoria da Estimação.

A relevância dos problemas inversos tem sido alvo de muitos estudos e desenvolvimento, como a introdução da tomografia computadorizada, um exemplo clássico de problemas inversos. Existem alguns métodos conhecidos para a solução de problemas inversos, entre esses, encontra-se em de Campos Velho (2001):

- Inversão direta
- Decomposição em valores singulares;
- Mínimos quadrados e variantes (mínimos quadrados ponderados);
- Métodos de regularização;
- Métodos variacionais;
- Outros (molificação, métodos bayesianos, filtros digitais, redes neurais, etc).

2.8 Modelos Constitutivos Elastoplásticos

Um modelo constitutivo elastoplástico, em geral, segundo de Souza Neto (2008), deve conter os seguintes componentes básicos:

- o tensor de deformações elastoplásticas;

- a lei do comportamento elástico;
- uma função de plastificação;
- uma regra de escoamento plástico, que define a evolução das deformações plásticas;
- uma lei de encruamento, que define a evolução do limite de escoamento

O tensor de deformações elastoplásticas, ε, é dado pela soma do tensor de deformações elásticas, ε_e , e o tensor de deformações plásticas, ε_p, como mostrado na Eq. (2.5):

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \tag{2.5}$$

2.8.1 Lei do comportamento elástico

As deformações são encontradas nos nós de cada elemento de interesse. Os modelos elastoplásticos seguem um comportamento linear e isotrópico, até se atingirem as tensões de escoamento. Durante o regime elástico seu comportamento segue a Eq. (2.6):

$$\sigma = T_e : \varepsilon_e \tag{2.6}$$

onde T_e é o tensor constitutivo elástico, representado por:

$$T_e = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}[(1-2\nu)[I] + v[I]] \tag{2.7}$$

sendo E o módulo de elasticidade, ν o coeficiente de Poisson e I a matriz identidade.

2.8.2 Função de Plastificação

Segundo Borges (2015), é possível definir uma função de plastificação, ϕ, que determina quando o material se comporta de maneira elástica ou plástica. Quando a função de plastificação apresenta valores iguais a zero, o material pode estar em regime plástico se o gradiente da função de plastificação, $\dot{\phi}$, for maior que zero (situação de carregamento) ou regime elástico se o gradiente da função de plastificação apresentar valor menor ou igual a zero (situação de descarregamento). Se a função de plastificação apresenta valores abaixo de zero, o material está no regime elástico, mas se apresenta

valores acima de zero, o material não admite essas tensões, apresentando uma situação impossível, conforme dado pela equação Eq. (2.8).

$$\begin{aligned} \phi(\sigma, \sigma_y) > 0 \quad Situação \quad impossível \\ \phi(\sigma, \sigma_y) < 0 \quad (Estado \quad elástico) \\ Para \quad \phi(\sigma, \sigma_y) = 0: \\ Se \quad \dot{\phi} > 0 \quad (Carregamento) \\ Se \quad \dot{\phi} \leq 0 \quad (Descarregamento) \\ Se \quad \dot{\phi} = 0 \quad (Carregamento \quad neutro) \\ (Estado \quad perfeitamente \quad plástico) \end{aligned} \tag{2.8}$$

A Fig. 17 mostra a função de plastificação no espaço bidimensional. Enquanto o material permanecer com estado de tensões no interior da região delimitada pela superfície de plastificação, as deformações plásticas não ocorrerão (ε_p), mas se a função de plastificação for igual a zero, teremos um comportamento elastoplástico com deformações plásticas não nulas ($\varepsilon_p \neq 0$).

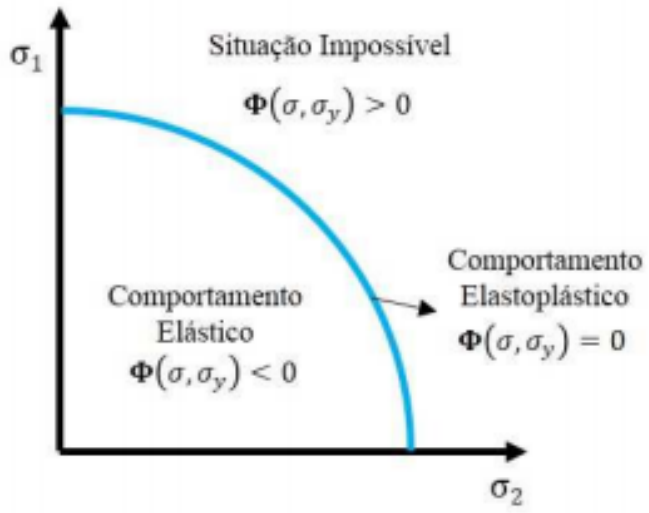


Figura 17 – Função de plastificação em 2 dimensões, adaptado e extraído de Borges (2015)

2.8.3 Regra do escoamento plástico

A regra de escoamento define uma relação entre as deformações plásticas e as tensões. Segundo Borges (2015), geralmente, essa regra é dada pela Eq. (2.9):

$$d\varepsilon_p = d\gamma \mathbf{N}(\sigma, \sigma_y) \tag{2.9}$$

Onde **N** representa o vetor normal a superfície de plastificação em função do seu respectivo tensor de tensões e $d\gamma$ o multiplicador plástico que define a magnitude das deformações plásticas. Segue uma condição complementar de $d\gamma$ na Eq. (2.10), que representa um valor escalar não negativo:

$$\phi d\gamma = 0 \tag{2.10}$$

O vetor normal à superfície de plastificação é caracterizado pela forma geral da expressão, na Eq. 2.11:

$$\mathbf{N} = \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \tag{2.11}$$

Uma forma de obter a regra de escoamento plástico é através da derivada de uma função potencial. A função potencial é uma função escalar do tensor das tensões, a partir do qual os incrementos de deformação plástica podem ser determinados por derivadas parciais em relação aos componentes do tensor das tensões, conforme mostrado pela Eq. 2.12:

$$\mathbf{N} \equiv \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma} \tag{2.12}$$

Em que Ψ é a função potencial. Se a função potencial coincidir com a função de plastificação, a regra de escoamento é chamada de associativa. Mas se a função potencial não coincidir, é chamado de não associativa.

CAPÍTULO 3

MÉTODOS

3.1 Conceitos e definições básicas

3.1.1 Método dos elementos finitos

O uso do Método dos Elementos Finitos (MEF) teve seu início em 1955 por meio do avanço da análise matricial de modelos reticulados com a disponibilidade de computadores e pela necessidade de projetar estruturas de modelos contínuos pela indústria aeronáutica britânica (Soriano, 2003). O trabalho de (Turner, 1956) é reconhecido como um dos primeiros a apresentar os fundamentos do Método dos Elementos Finitos. O método foi se desenvolvendo ao longo do tempo e segundo Fonseca (2002) muitos engenheiros têm demonstrado um interesse crescente por estudos mais precisos para a análise de estruturas. Este interesse vem unido a uma necessidade crescente de se saber o comportamento de elementos estruturais complexos, o que conduz a tratamentos analíticos mais elaborados, baseados em teorias gerais, e que são, via de regra, de soluções extremamente difíceis (Fonseca, 2002). Desta forma, engenheiros têm procurado aplicar os princípios daquelas teorias de forma acessível e precisa. Dentre estes métodos, os que têm sido mais utilizados são aqueles baseados na divisão do meio contínuo em partes mais simples (a estrutura, o fluido, o gás, etc). O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um processo seguro e o que mais tem sido usado para a discretização de meios contínuos. De acordo com Fonseca (2002), a sua ampla utilização vem da sua aplicação em :

- problemas clássicos da mecânica estrutural elástico-linear – razão inicial do desenvolvimento do método;

- problemas não lineares, estáticos ou dinâmicos;

- mecânica dos sólidos;

- mecânica dos fluidos;

- eletromagnetismo;

- transmissão de calor;

- filtração de meios porosos;

- campo elétrico;

- acústica; etc.

Além disso, segundo Fonseca (2002), o MEF é muito utilizado para comparação e análise entre o sistema físico real (a estrutura em análise) e o modelo (malha de elementos finitos). No método de elementos finitos, o domínio de definição do modelo matemático é dividido em um número discreto de subdomínios ou elementos de dimensões finitas denominadas elementos finitos, interligados por meio de um número reduzido de pontos denominados nodais (Soriano, 2003). Ainda segundo o mesmo autor, o comportamento de cada elemento é arbitrado de forma aproximada, com a condição do conjunto ou malha de elementos finitos se comportar de forma semelhante ao contínuo original. Assim sendo, o equilíbrio infinitesimal do meio contínuo é substituído pelo equilíbrio de elementos finitos isolados. É formado então um sistema global, que representa um sistema de equação de equilíbrio da malha de elementos e com a complementação das condições de vinculação ao meio exterior, é possível encontrar uma solução em termos de deslocamentos nodais. Em resumo, o número infinito de pontos do domínio é substituído por um conjunto finito de pontos nodais da malha de elementos com número discreto de incógnitas. O comportamento do modelo discreto se aproxima do modelo matemático, à medida que se refina a malha, ou seja, quando se aumenta o número de elementos da malha (por meio de elementos menores ou com elementos de melhor representação).

Álvaro (2003) cita a formulação do MEF, que requer a existência de uma equação integral, de modo que seja possível substituir a integral sobre um domínio complexo de volume V por um somatório de integrais estendidos a subdomínios de geometria simples de volume V_i. A integral de volume de uma função f representada pela Eq. (3.1), mostra esquematicamente como funciona a técnica empregada:

$$\int_V f dV = \sum_{i=1}^{n} \int_{V_i} f dV \tag{3.1}$$

Na Eq. (3.1), temos como pressuposto que:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i \tag{3.2}$$

O objetivo é calcular todas as integrais estendidas aos subdomínios V_i, por meio do somatório fornecido no segundo membro da Eq. (3.1) para se obter a integral estendida a todo o domínio. Cada subdomínio V_i corresponde a um elemento finito de geometria a ser determinada (segmento de reta, triângulo, quadrilátero, tetraedro, paralelepípedo, etc.).

Por fim, é possível discretizar o espaço em número de elementos ou nós e assim, de acordo com a necessidade, torna-se uma possibilidade o estudo das tensões, deslocamentos e as diversas interações ocorrentes nas estruturas.

3.1.2 Descrição geral do ABAQUS CAE ®

O software comercial de elementos finitos ABAQUS/CAE ®, que tem tido aplicação em diversas áreas da engenharia, consiste em duas partes: a gráfica (ABAQUS/CAE e ABAQUS/Viewer) e a de processamento (ABAQUS/Standard e ABAQUS/Explicit). No trabalho em questão, foi utilizada a solução gráfica conhecida como ABAQUS/CAE, que funciona como pré e pós-processador. De acordo com da Cunha (2005), como pré-processador, sua função é fornecer o arquivo de entrada de dados, contendo a geometria, propriedades do material, condições de contorno, carregamento aplicado e a malha de elementos finitos definidos pelo usuário. É possível alterar manualmente este arquivo de entrada de dados por meio da linguagem de programação Python. Segundo da Cunha (2005), como pós-processador, o ABAQUS/CAE possibilita a visualização gráfica dos resultados. O ABAQUS/Viewer funciona exclusivamente como pós-processador. O ABAQUS/Standard e o ABAQUS/Explicit simulam computacionalmente carregamentos estáticos e dinâmicos, respectivamente. Podem ser simuladas estruturas em uma, duas ou três dimensões e a biblioteca do ABAQUS dispõe de vários elementos finitos, tais como: elementos sólidos, de casca, de viga, de membrana, etc. Devido à sua boa funcionalidade, interface gráfica, interação com linguagens de programação de alto nível e aplicações nas simulações envolvendo modelagem computacional, foi possível implementar nesse programa o *script* que gera os modelos do estudo para as simulações computacionais.

3.2 Desenvolvimento do modelo

3.2.1 Modelo Geométrico

O modelo geométrico aqui adotado para representar um CP é bidimensional e representa 1/4 da seção longitudinal de um corpo de prova cilíndrico de 160mm x 320mm. Os agregados foram considerados circulares. Através de um código computacional, foram geradas as coordenadas dos pontos e os raios dos círculos, de acordo com a curva granulométrica escolhida, de forma a posicionar e dimensionar os agregados no modelo. A geração das coordenadas para o desenvolvimento do modelo geométrico foi baseado no trabalho de Bonifácio et al. (2014). A cada nova inserção de agregados, calculavam-se as distâncias aos vizinhos mais próximos, para verificar se havia colisão entre os agregados e, em caso positivo, fazia-se o reposicionamento para a nova inserção. Na Fig. 18, é possível

observar exemplos de corpos de prova de 80 x 160mm com 12,5% de agregados para curvas granulométricas e disposições diferentes. Os códigos foram desenvolvidos em Python.

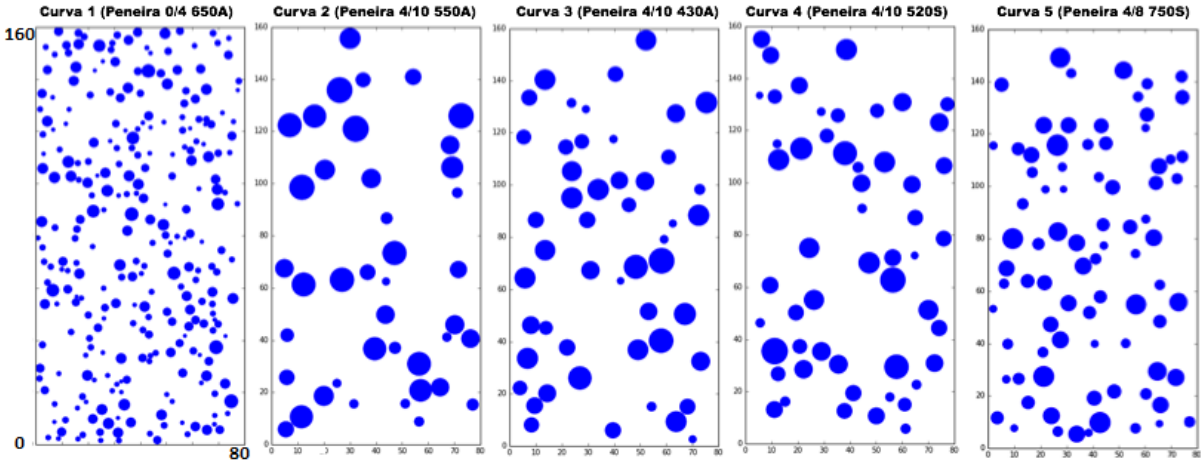


Figura 18 – Cinco corpos de provas e diferentes curvas granulométricas (12,5% de agregados)

Para uma melhor confiabilidade dos resultados, foram reproduzidos 3 corpos de prova para cada uma das curvas granulométricas geradas a partir dos dados da literatura, com fim à obtenção de uma média para cada conjunto de dados testados.

3.2.2 Geração das coordenadas dos agregados

As coordenadas dos agregados foram geradas com base na curva granulométrica e porcentagens de agregados e foi-se implementando de baixo para cima e feito um procedimento de forma a mover os agregados por meio de um número adimensional denominado *Shake Number* ou SN, isso é, quanto maior o valor de SN, mais os agregados se movem e se distribuem ao longo do corpo de prova (Bonifácio et al., 2014). A partir da definição por parte do usuário da curva granulométrica, porcentagem de agregados e SN em um programa em Python, o programa começa a acrescentar e fazer a alocação da coordenada de cada agregado no CP. Assim sendo, ele começa a mover os agregados um a um, até chegar no valor de SN designado. Em todos os casos de mudança de coordenadas dos agregados, há uma verificação de colisão entre as partículas por meio da posição dos vizinhos próximos de cada agregado. Ao fim, é salvo em um arquivo de texto a coordenada e o raio de cada agregado presente no corpo de prova.

Ao fim de diversas simulações, foi feita uma análise visual de forma a sair de uma configuração matricial para uma configuração distribuída e heterôgenea, como pode ser visto pela Fig. 19. O *Shake Number* (SN) escolhido foi o de 300.

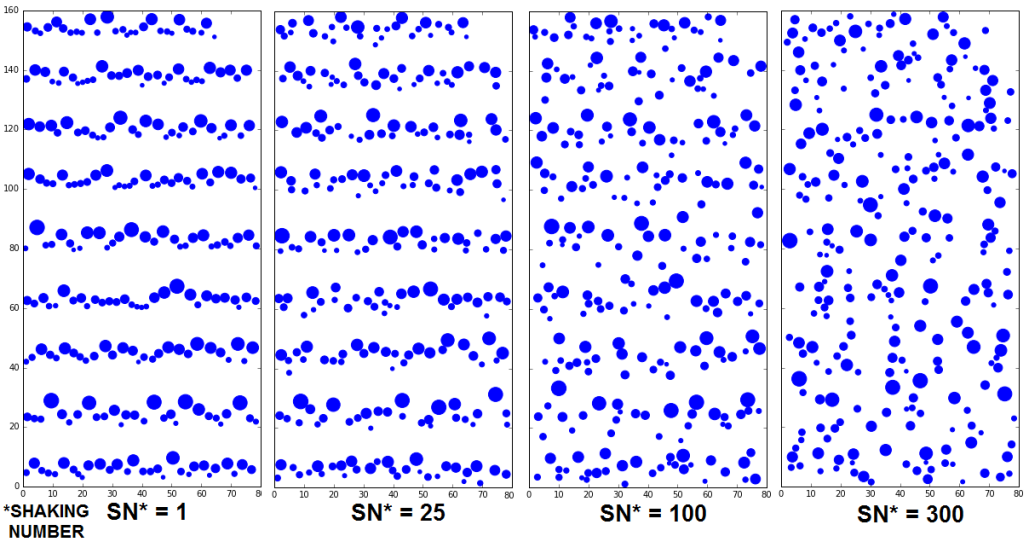


Figura 19 – Geração das coordenadas dos agregados para os corpos de prova estudados

3.2.3 Malha de Elementos Finitos

A Fig. 20 demonstra em detalhe a malha gerada para o modelo elástico-linear, juntamente com as condições de contorno do modelo. Foi realizado um procedimento para obter uma malha que gerasse resultados confiáveis e que representem bem o problema real. Como a alternativa de rodar o problema com uma malha extremamente refinada não é computacionalmente interessante, em termos de custos computacionais, foi feito um estudo variando o número de elementos para encontrar uma malha onde os resultados sejam minimamente confiáveis para os dois modelos analisados.

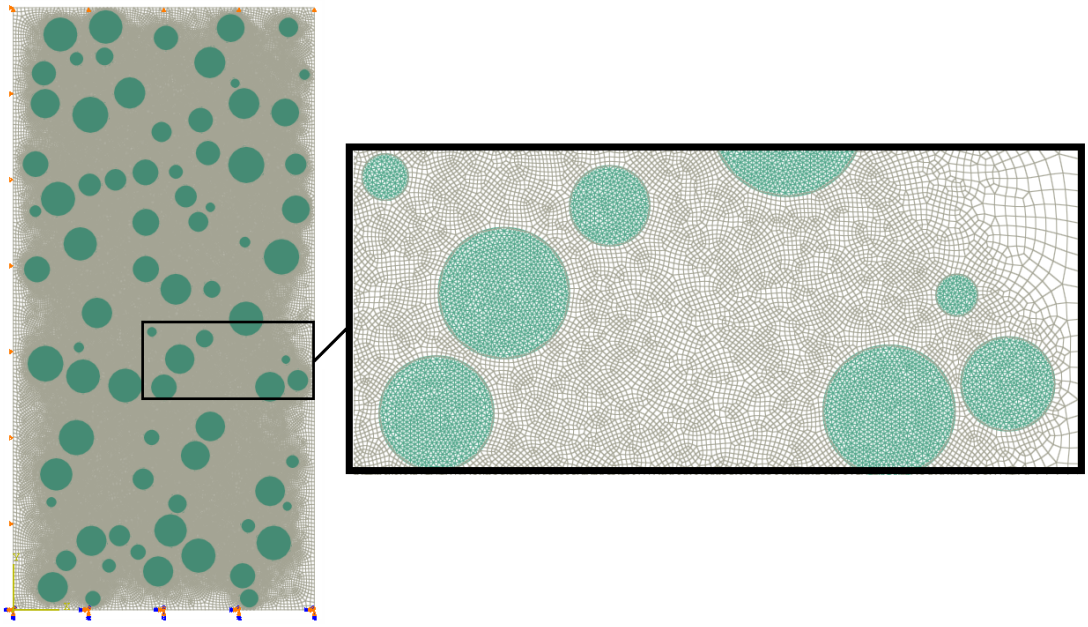


Figura 20 – Condições de contorno e detalhe da malha gerada

3.2.3.1 Modelo Elástico-Linear

Em relação à malha do modelo elástico, foram escolhidos elementos lineares de 4 nós (quadrilaterais). Efetuou-se um refinamento progressivo na região dos agregados, até se encontrar a convergência dos resultados. A partir de malhas com número de elementos em torno de 200 mil, como mostrado na Fig. 21, é possível observar pouca variação no módulo de elasticidade do concreto. Ao fim, o tamanho adotado de cada elemento na região dos agregados foi de $0,28$mm. Tanto para os CP's de 25% e de $12,5\%$ de agregados, o ponto de convergência girou em torno de 200-250 mil elementos. Foi adotado essa dimensão de cada elemento para os casos estudados a fim de obter o módulo de elasticidade do agregado leve.

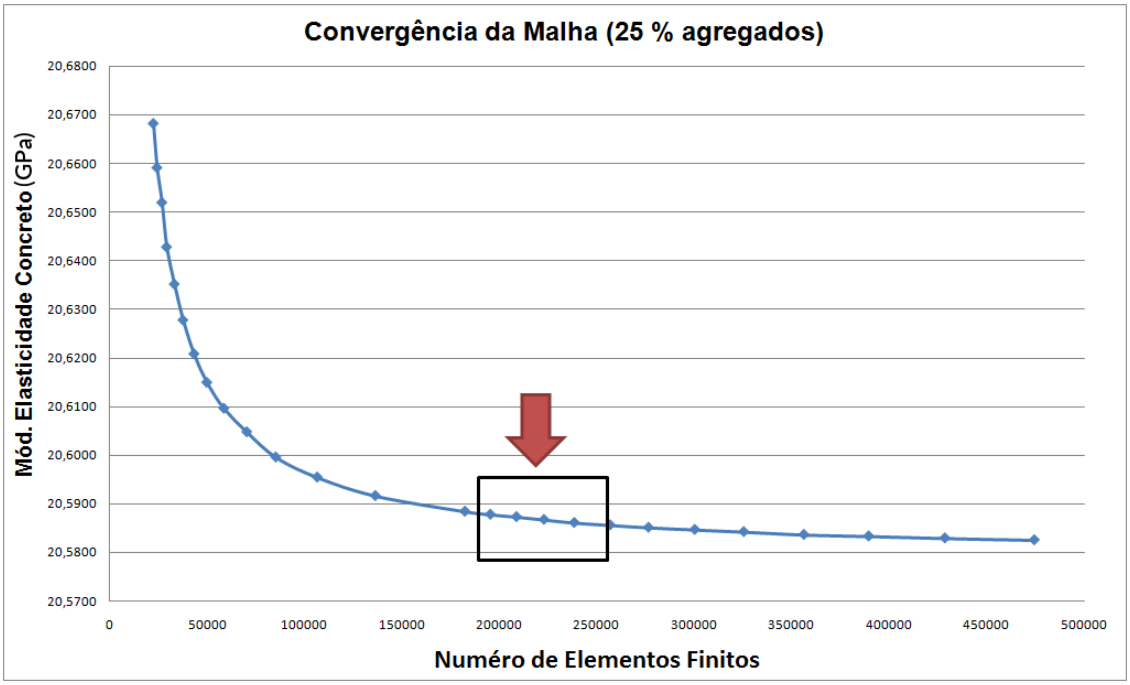


Figura 21 – Convergência da Malha para 25% de agregados leves em um Modelo Elástico

3.2.3.2 Modelo Elastoplástico

Para a malha do Modelo elastoplástico, também foram utilizados elementos quadrilaterais lineares de 4 nós. Efetuou-se um refinamento progressivo na região dos agregados, até se encontrar a convergência dos resultados. A partir de malhas com número de elementos entre 50 e 70 mil, como mostrado na Fig. 22, é possível observar pouca variação na propriedade do f_c do concreto. Foi escolhida a dimensão de 0.5mm para cada elemento para todos os casos desse modelo. O f_c é dado em MPa

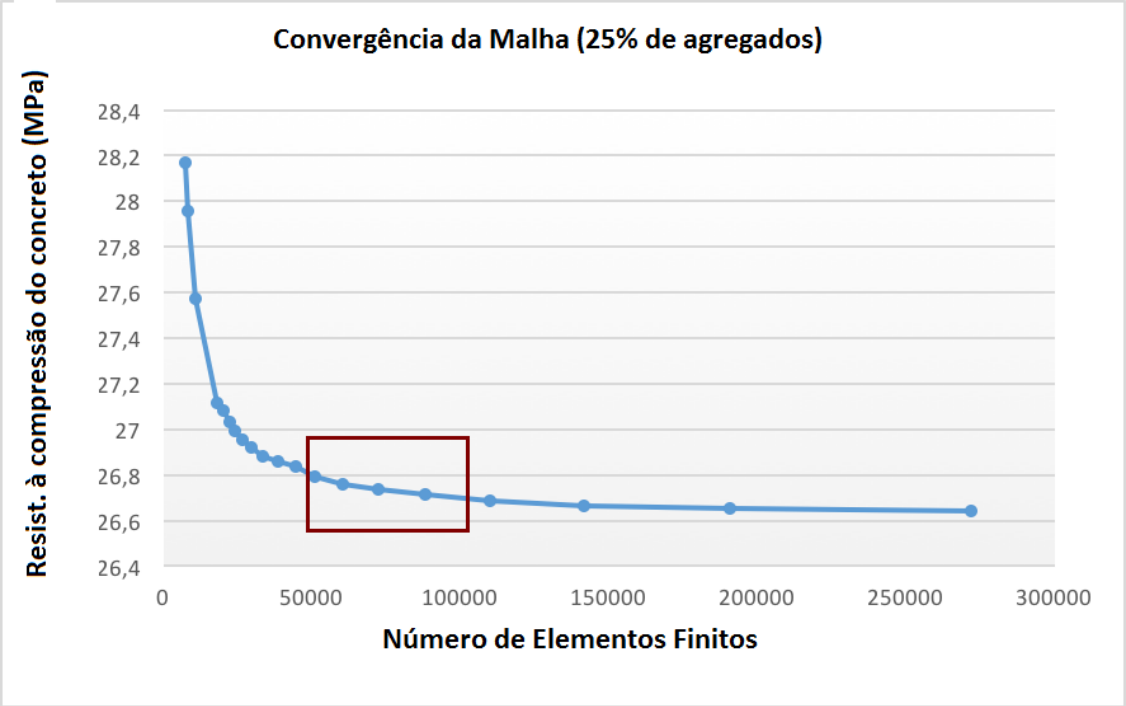


Figura 22 – Convergência da Malha para 25% de agregados leves em um Modelo Elástoplástico

3.2.4 Carregamento e condições de contorno

As condições de contorno empregadas no modelo são mostradas na Fig. 23. Na parte inferior foi aplicada a condição de segundo gênero com a restrição dos deslocamentos horizontal e vertical e na aresta esquerda foi aplicada a condição de primeiro gênero, com somente o deslocamento horizontal restrito. Essas restrições foram impostas, com vistas a simular um ensaio de compressão uniaxial de um corpo de prova de concreto, logo são impedidos deslocamentos na parte inferior do corpo de prova, para que o CP não se mova verticalmente na sua extremidade inferior, além da restrição na sua parte esquerda na direção horizontal, pelo fato de o corpo de prova representar 1/4 da seção e a parte esquerda dessa seção não ocorrer movimentação horizontal, como é previsto no ensaio experimental.

Os detalhes do carregamento, visando simular uma prensa de compressão, podem ser melhores visualizados pela condição de contorno na parte superior vertical da Fig. 23. Em relação ao carregamento do modelo elástico-linear, foi imposto um deslocamento vertical de $0,1mm$ de cima para baixo no topo da seção e os deslocamentos foram impedidos nos nós situados nas arestas inferior e lateral esquerda, simulando um ensaio de compressão uniaxial. Esse valor de deslocamento foi definido de acordo com o método da pré-deformação específica, que define um ponto de escoamento (P), que geralmente representa uma deformação entre 0,002 e 0,003 no material, também chamado limite de proporcionalidade correspondente à posição na curva onde a condição de linearidade

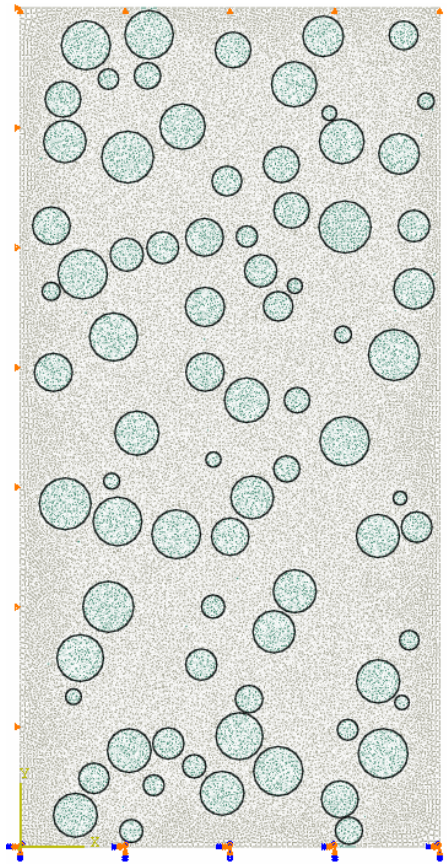


Figura 23 – Condições de contorno

termina. Já em se tratando do carregamento do modelo elastoplástico, foi imposto um deslocamento vertical de $0,6mm$ de cima para baixo no topo da seção e os deslocamentos também foram impedidos nos nós situados nas arestas inferior e lateral esquerda, simulando uma compressão do corpo de prova no regime elastoplástico. Em relação à simetria, já que os modelos considerados não representam um corpo de revolução, devido às inclusões de agregados, não se trata de um problema axissimétrico. Como o corpo de prova é comprimido na direção longitudinal e se alarga nas outras direções, temos uma abordagem sob estado plano de tensões.

3.3 Modelos Mecânicos propostos

3.3.1 Modelo I - Problema Elástico- Linear

Para a solução do problema foi utilizado um método inverso de penalização iterativo, com dados de entrada de uma curva granulómetrica com a devida porcentagem de agregados leves presente no corpo de prova, o módulo de elasticidade da argamassa e uma estimativa inicial, fornecida pelo usuário no código externo ao software em *Python*, para o módulo de elasticidade do agregado leve. Como saída tem-se o módulo de Young do concreto de

agregado leve (E_cnum). Ao comparar o módulo de elasticidade do concreto encontrado com os valores experimentais (E_cexp), foi calculada a diferença entre estes valores denominada por D_e na Eq. 3.3. A partir da diferença, iterativamente vai se incrementando ou decrementando o valor do módulo de elasticidade do agregado por meio de um coeficiente denominado h_1, calculado a partir da Eq. 3.4. Se a diferença entre os módulos de elasticidade numéricos e experimentais for positiva se incrementa em h_1 o valor de E_anum, mas se a diferença for negativa se decrementa em h_1 o módulo de elasticidade do agregado numérico. O procedimento computacional foi executado no software Abaqus e a iteração termina quando a diferença (D_e) atingir um valor menor ou igual a 0,05%. Por fim, é obtido um módulo de elasticidade do agregado de modo a obter um módulo de elasticidade do concreto bem próximo ao valor dos experimentos. Esse valor do módulo de elasticidade do agregado é armazenado em um arquivo de texto e o programa executa diversos loops para obter o resultado para diferentes corpos de provas. A Fig. 24 apresenta o procedimento realizado na obtenção do módulo de elasticidade do agregado.

O valor de h_1 da Eq.3.4 foi obtido a partir de uma análise empírica preliminar com diversos corpos de prova e iterações. A formulação foi obtida visando reduzir o numero de iterações e consequentemente reduzindo o tempo de execução para se obter o valor do módulo de elasticidade do agregado com a tolerância estipulada. A formulação de h_1 busca relacionar um dado de entrada do problema (E_cexp) com a diferença entre os módulos de elasticidade numérico e experimental do concreto (D_e) e um fator de correção.

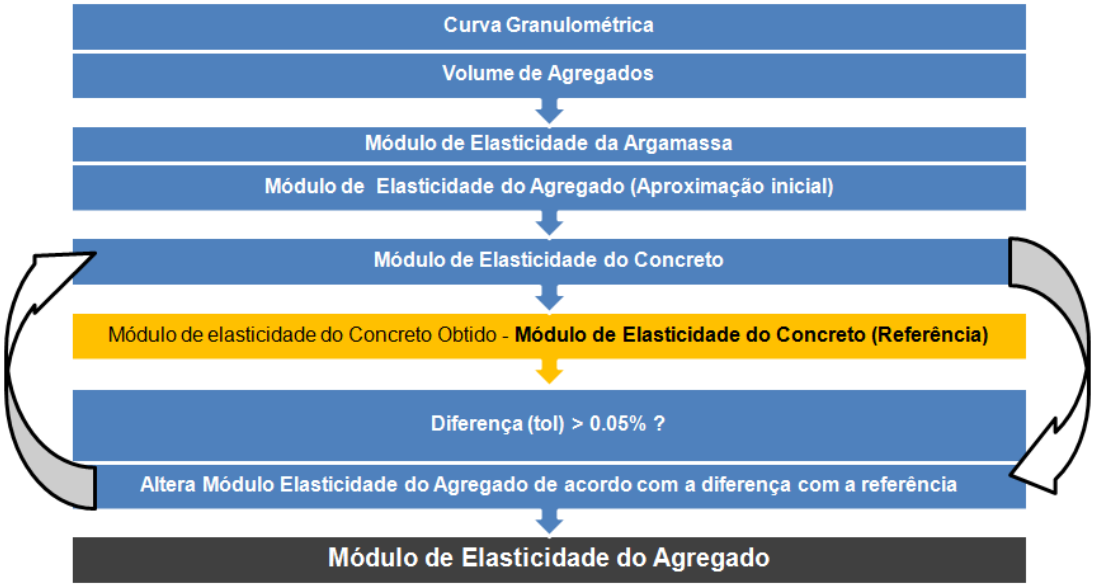


Figura 24 – Procedimento inverso aplicado

$$D_e = E_cexp - E_cnum \tag{3.3}$$

$$h_1 = h_1 \pm (40 \cdot E_cexp \cdot D_e) \tag{3.4}$$

3.3.2 Modelo II – Problema Elastoplástico

Para o caso elastoplástico, foi usado a mesma lógica do procedimento anterior, porém com diferentes dados de entradas e formulações. A entrada considerada foi uma curva granulométrica com a devida porcentagem (V_a) de agregados leves presente no corpo de prova, o módulo de elasticidade da argamassa ($E_m exp$) e do concreto experimental ($E_c exp$), a resistência à compressão da argamassa($fck_m exp$) e do concreto experimental ($fck_c exp$). Também são fornecidas pelo usuário, o módulo de elasticidade do agregado obtido numericamente ($E_a num$) no modelo I, além de uma estimativa inicial da resistência à compressão do agregado leve ($fck_a num$). Como saída é possível obter o f_{ck} do concreto de agregado leve ($fck_c num$). Ao comparar o f_{ck} do concreto encontrado com o valor experimental informado, é possível encontrar a diferença ao quadrado (D_f) entre estes valores pela Eq.3.5. A partir desta diferença, iterativamente vai se incrementando ou decrementando o valor do fck do agregado leve pela Eq.3.6, a depender do sinal da diferença obtido.

A formulação de h_2 foi obtido empiricamente, por meio de diversos ensaios numéricos anteriores, a partir da diferença quadrática multiplicada por 0,4. É importante ressaltar que o h_2 foi relacionado com a diferença quadrática, pois é conhecido pelos ensaios que quanto maior a diferença entre os $f'_{ck}s$ maior é o passo da iteração e vice-versa. Esse valor foi obtido com vistas a uma redução do numérico de iterações do procedimento, o que trouxe uma redução do tempo, já que foram gerados mais de 200 procedimentos com diversas propriedades e quantidade de agregados.

O resultado é encontrado ao se chegar a um critério de parada (D_f), que representa a diferença ao quadrado entre o valor do f_{ck} do concreto encontrado numericamente e o valor do fck do concreto experimental, menor ou igual a 0,001%. Foi gasto em torno de 3 a 9 iterações para encontrar o resultado em cada caso analisado, tendo alguns casos demorado mais para se chegar ao resultado final e outros convergiram mais rapidamente. A Fig. 25 é uma representação esquemática de todas as etapas do procedimento, desde a definição do modelo e as propriedades dos materiais até a obtenção do f_{ck} do agregado, por meio do processo iterativo proposto.

É importante considerar que tanto para o modelo I, quanto para o II, a obtenção dos resultados pelas análises numéricas dos diversos corpos de prova só foram possíveis por meio de códigos computacionais que realizavam a leitura de arquivos externos contendo as diferentes propriedades de CP's bifásicos em compressão uniaxial. Cada um dos arquivos era interpretado pelo software de elementos finitos e continham as informações dos corpos de prova como as condições de contorno, simetria, malhas, coordenadas e propriedades de cada material.

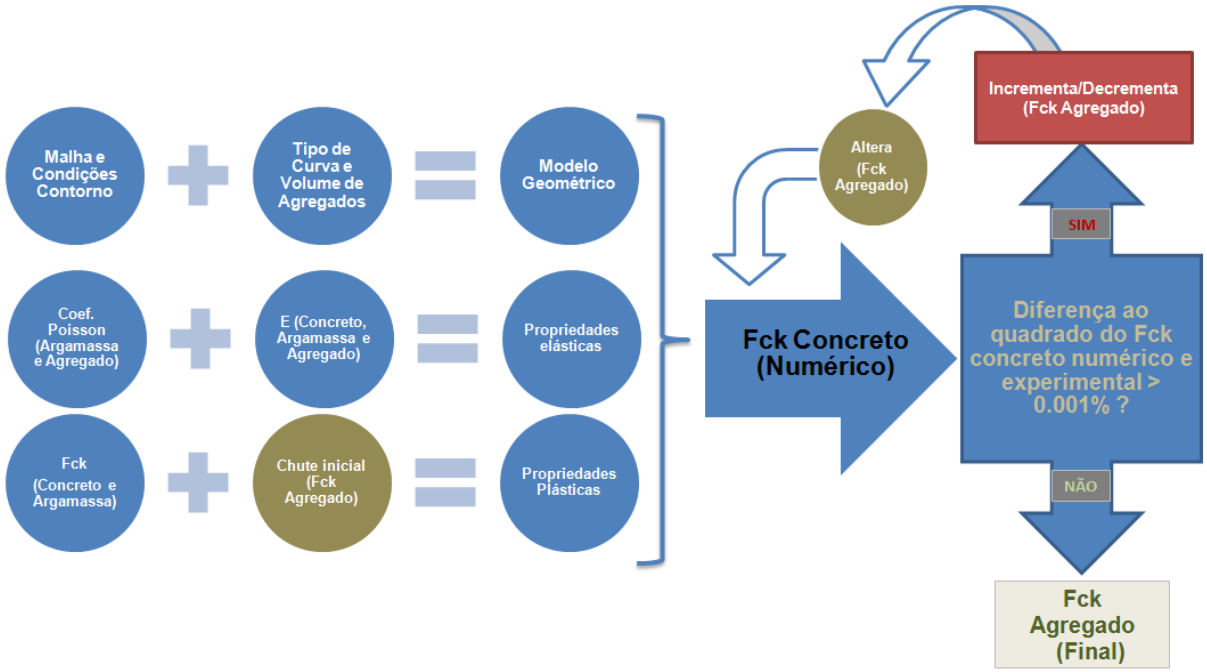


Figura 25 – Esquema do Procedimento Inverso

$$D_f = 100 \cdot (\frac{fck_c exp - fck_c num}{fck_c exp})^2 \tag{3.5}$$

$$h_2 = h_2 \pm 0.4 \cdot D_f \tag{3.6}$$

CAPÍTULO 4

RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Validação do Modelo

Foram geradas duas etapas de validação preliminares: uma primeira verificação gerada a partir de um conjunto de dados numericamente obtidos pelo método direto e outra verificação com dados experimentais encontrados na literatura para agregados de brita.

4.1.1 Validação baseada em um conjunto de dados numéricos

A validação numérica consistiu em 2 fases. A primeira fase (Fase I) é baseada na geração de um conjunto de 30 corpos de provas com 12,5% e 25% de agregados, com diferentes curvas granulométricas presentes na Fig. 18, propriedades elásticas de argamassas e agregados, para os quais foram obtidos os módulos de elasticidade do concreto diretamente pela simulação de elementos finitos usando o programa Abaqus. A Tab. 1 mostra os 30 corpos de prova da fase I com seus respectivos resultados de módulos de elasticidade do concreto obtidos (Ec_{ref}). Esses valores de Ec_{ref} obtidos numericamente serviram de referência para a fase II, em que foi aplicado o procedimento inverso proposto, explicado anteriormente, com uma estimativa inicial para o módulo de elasticidade do agregado.

Após o procedimento inverso, para os 30 corpos-de-prova, foi feita a comparação, por diferença percentual, entre os módulos de elasticidade do agregado obtidos pela Fase II e os esperados, dados de entrada na Fase I. A Tab. 2 mostra alguns resultados com a comparação entre os valores obtidos e esperados e a Fig. 26 apresenta as diferenças percentuais para todos os corpos de prova verificados. Pela análise da Fig. 26 e dos resultados é encontrado um erro percentual relativo aos resultados esperados no intervalo de 0% e 0,38% em módulo com uma média de 0,027%, dando destaque para alguns casos

Tabela 1 – Exemplo da geração do conjunto de dados para a verificação do procedimento inverso

N° CP	Curva	V_a%	E_anum(MPa)	E_mnum(MPa)	E_cref (GPa)
1	1	12,5	9321	28590	24,74
2	2	12,5	9321	28590	24,78
3	3	12,5	9321	28590	24,66
4	4	12,5	9321	28590	24,65
5	5	12,5	9321	28590	24,76
6	1	12,5	6430	23496	19,87
7	2	12,5	6430	23496	19,90
8	3	12,5	6430	23496	19,79
9	4	12,5	6430	23496	19,78
10	5	12,5	6430	23496	19,88
11	1	12,5	12012	31596	27,91
12	2	12,5	12012	31596	27,95
13	3	12,5	12012	31596	27,83
14	4	12,5	12012	31596	27,83
15	5	12,5	12012	31596	27,93
16	1	25	9321	28590	21,35
17	2	25	9321	28590	21,39
18	3	25	9321	28590	21,21
19	4	25	9321	28590	21,14
20	5	25	9321	28590	21,42
21	1	25	6430	23496	16,76
22	2	25	6430	23496	16,79
23	3	25	6430	23496	16,63
24	4	25	6430	23496	16,56
25	5	25	6430	23496	16,84
26	1	25	12012	31596	24,56
27	2	25	12012	31596	24,60
28	3	25	12012	31596	24,43
29	4	25	12012	31596	24,36
30	5	25	12012	31596	24,62

em que as diferenças foram quase nulas. Isso comprovou o bom desempenho do método e motivou a continuação do estudo para os casos experimentais testados adiante.

Tabela 2 – Exemplo da verificação do procedimento inverso (Fase 2)

N°CP	E_cref(GPa)	E_cnum(GPa)	E_aref(MPa) esperado	Ea_{num}(MPa) obtido	$\frac{(Ea_{ref}-Ea_{num})*100}{Ea_{ref}}$(%)
1	24,74	24,7401	9321	9325,5	**-0,0482781**
10	19,89	19,8850	6430	6430,0	**0,0000000**
11	27,91	27,9133	12012	12010,5	**0,0124875**
24	16,56	16,5600	6430	6426,5	**0,0544323**
27	24,60	24,6001	12012	11966,5	**0,3787879**

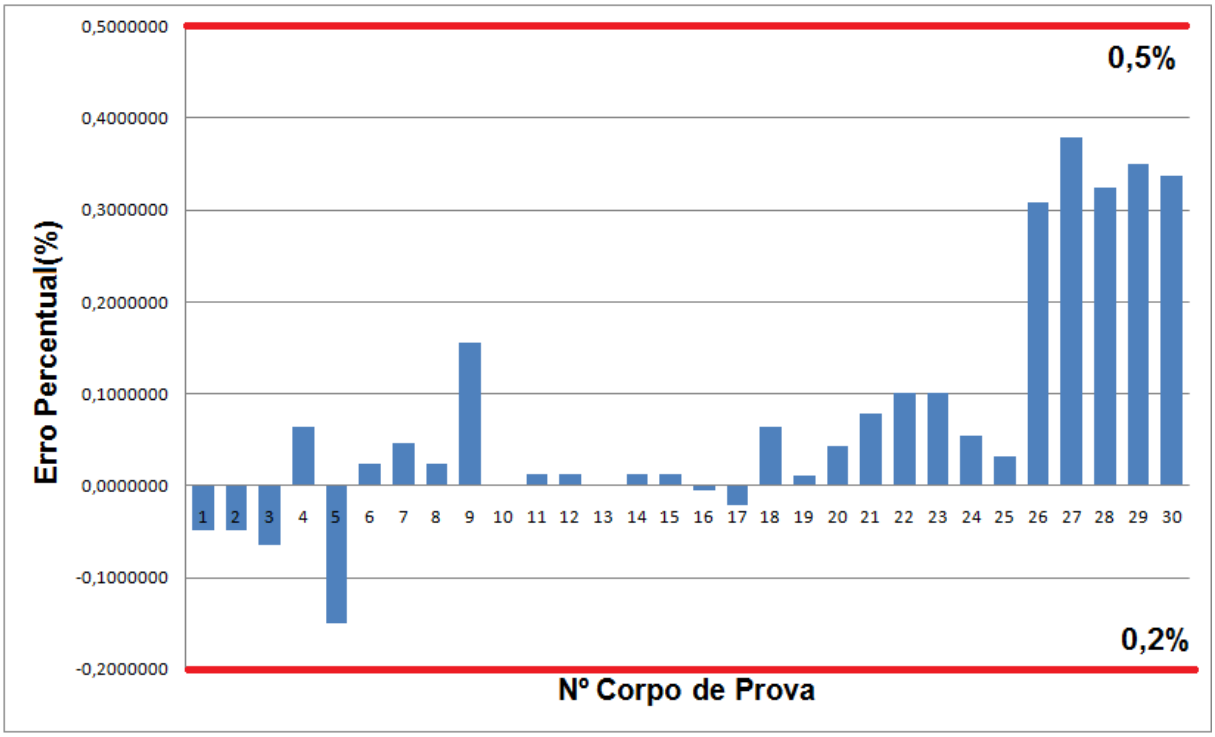


Figura 26 – Resultado da verificação para os 30 Corpos de Prova

4.1.2 Validação baseada em um conjunto de dados experimentais

Um trabalho de cunho experimental presente em Shi et al. (2016) foi selecionado para auxiliar na etapa de validação, embora não tenha utilizado agregados leves e sim partículas esféricas de brita. Foram utilizados como dados de entrada os módulos de elasticidade da argamassa (E_m) e do concreto (Ec_{exp}), os coeficientes de Poisson da argamassa (ν_m) e da brita (ν_a) que estão apresentados na Tab. 3. O procedimento inverso foi aplicado de acordo com os dados apresentados na Tab. 3 e comparado com o valor do módulo de elasticidade da brita experimental (Ea_{exp}). O valor do módulo de elasticidade do agregado foi obtido numericamente para 6 diferentes porcentagens de agregados (V_a). A Tab. 4 apresenta a diferença percentual em relação aos resultados esperados para os casos analisados.

Tabela 3 – Verificação experimental: Dados para um modelo bifásico com brita de Shi et al. (2016).

V_a (%)	ν_a	ν_m	E_m(MPa)	Ea_{exp}(MPa)	Ec_{exp}
18	0.171	0.14	28300	69000	32,4
25	0.171	0.14	28300	69000	34,4
28	0.171	0.14	28300	69000	35,4
30	0.171	0.14	28300	69000	36
35	0.171	0.14	28300	69000	37,7
40	0.171	0.14	28300	69000	39,4

Tabela 4 – Resultados da verificação experimental (Brita)

V_a (%)	Ea_{exp}(MPa) esperados	Ea_{num}(MPa) obtidos	Δ (%)
18	69000	67191,07	2,622
25	69000	68668,59	0,48
28	69000	69023,47	-0,03
30	69000	69708,65	-1,03
35	69000	71781,00	-4,04
40	69000	72872,67	-5,61

É possível observar que as diferenças do módulo de elasticidade da brita experimental com os resultados numéricos obtidos no método variaram entre -5,61 % a 2,622% e à medida em que se aumentou a porcentagem de agregados, o módulo de elasticidade do agregado aumentou também, mesmo no caso em que as argamassas e as britas possuem as mesmas propriedades mecânicas. Em relação aos dados experimentais, nota-se que o módulo de elasticidade da brita se mantém constante em todos os casos, já que se trata do mesmo agregado e a mudança que ocorre é a porcentagem e a disposição dos agregados no corpo de prova. A obtenção dos dados experimentais considerou o módulo de elasticidade pelo tipo de rocha originária (ou material), independente da disposição e da porcentagem do agregado. Já pelos resultados do módulo de elasticidade da brita (Ea_{num}) encontrados pela abordagem inversa, na Tab. 4, observa-se uma mudança do módulo de elasticidade com a mudança da porcentagem. Logo, o método utilizado é sensível a essas variações. A média do módulo de elasticidade do agregado encontrado foi de 69873 MPa, ficando próximo dos 69000 MPa encontrado pela brita experimental fornecida na literatura.

Os resultados foram considerados satisfatórios e foram motivantes para o estudo e a proposição da metodologia utilizada para outros agregados e futuros estudos com materiais com propriedades mecânicas ainda não bem definidas. Com a boa resolução do método para as verificações descritas acimas, o método foi aplicado para a obtenção do módulo de elasticidade e $f_{ck}a$ do agregado leve e comparado com outros métodos da literatura.

4.2 Obtenção das Propriedades Mecânicas dos Agregados de Concretos Leves

4.2.1 Conjunto de dados para o Modelo I: Elástico-Linear

Para o modelo Elástico-Linear foram utilizados 3 conjuntos de dados para efeito de comparação e validação. Os dados podem ser encontrados em Chen (2003); Ke (2008); Nilsen et al. (1995). As seções a seguir trazem mais informações sobre os dados utilizados,

as verificações realizadas e os resultados do método proposto no presente estudo comparado aos outros métodos da literatura.

4.2.1.1 1º conjunto de dados (Ke, 2008)

Para o caso de Ke (2008), foram utilizadas 5 curvas granulométricas diferentes e com os dados do Módulo de Elasticidade da argamassa e do concreto experimental (E_mexp e E_cexp), foi aplicada a metodologia proposta e comparado os valores obtidos do módulo de elasticidade dos agregados (Ea_{num}), pelos dois trabalhos. As informações das 5 curvas granulométricas com as densidades normais e secas(ρ e ρ_{seca}), tamanho dos grãos em mm, tipo de agregado, absorção de água e peso a granel são descritas de acordo com a Tab. 5, extraída do trabalho de Farage et al. (2009). As curvas com a porcentagem de passantes pelos diâmetros das peneiras são mostradasna Fig. 27.

Tabela 5 – Curvas Granulométricas (Farage et al., 2009)

Curva	Agregado	Grãos(mm)	ρ(kg/m^3)[1]	ρ_{seca}(kg/m^3)[2]	Agua (%)	$Peso_{granel}$(kg/m^3)
1	Argila Exp.	0-4	1,22	0,93	24,2	600
2	Argila Exp.	4-10	1,13	0,92	19,4	560
3	Argila Exp.	4-10	0,88	0,74	14,2	455
4	Xisto Exp.	4-10	1,03	0,9	8,3	493
5	Xisto Exp.	4-8	1,71	1,58	6,7	877

[1]Massa específica
[2]Massa específica seca

Para a obtenção do módulo de elasticidade dos agregados leves presentes nas 5 curvas granulométricas diferentes foi utilizado por um método de homogeneização iterativa, baseado em modelos matemáticos micromecânicos de Arnould et al. (1986). A argamassa utilizada foi feita de cimento Portland CEM I 52.5, com areia de diamêtro na curva 0/2 mm e superplastificantes com massa volumétrica de 1,05kg/l a 20º Celsius. O fator água/cimento e areia/cimento é constante no valor de 0,446 e 1,4, respectivamente, o volume de agregados utilizado foi de 12,5, 25, 37,5 e 45%. Os resultados obtidos pelos autores foram comparados com os resultados presentes considerando o modelo de 2 fases (sem zona de transição da interface) para as curvas de 1 a 5 e com ITZ para as curvas de 3 a 5. As propriedades de cada argamassa, com seu coeficiente de Poisson(ν_m) e módulo de elasticidade (E_m) podem ser encontradas na Tab. 6.

A Tab. 7 apresenta os módulos de elasticidade do agregado obtidos por Ke (2008) para todos os volumes percentuais de agregados descritos anteriormente (V_a) e para cada uma das 5 curvas granulométricas utilizadas. Já a Tab 8 representa os resultados para cada porcentagem de agregado e curva granulométrica, porém considerando um modelo com ITZ.

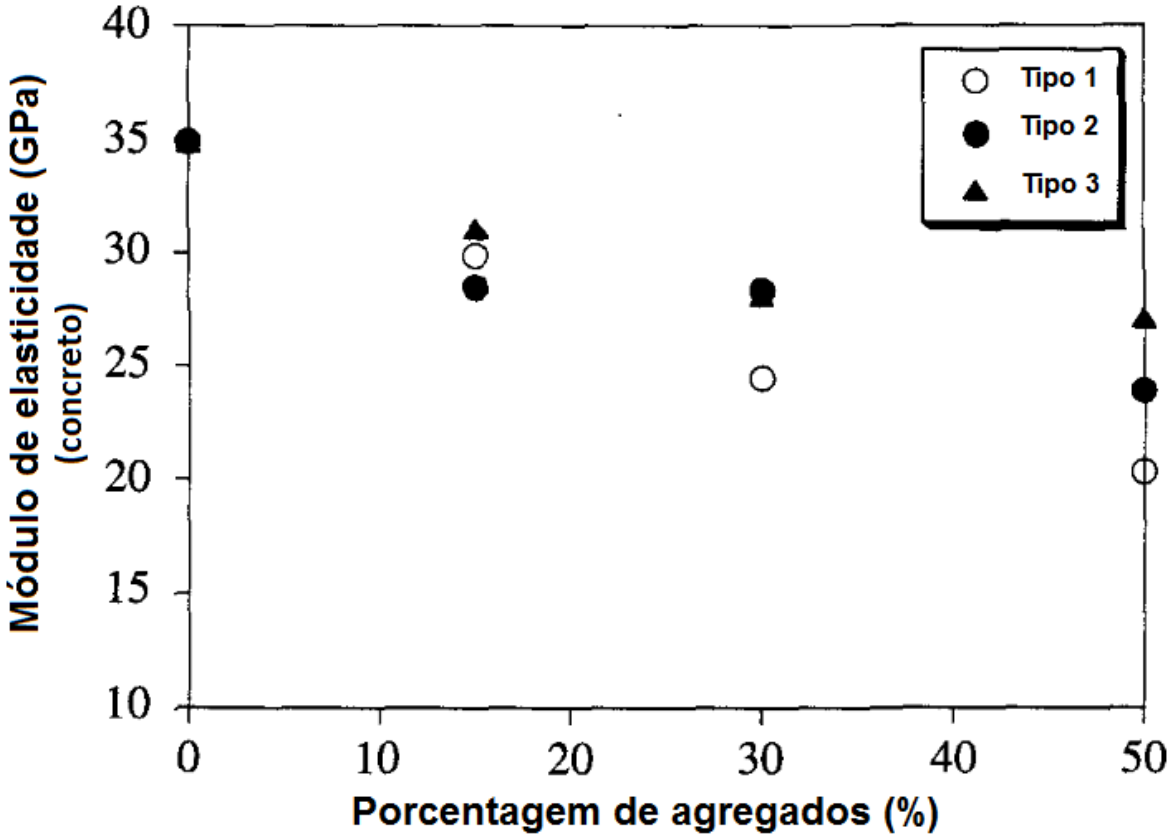


Figura 27 – Gráficos das porcentagens de passantes para as 5 curvas granulómetricas

Tabela 6 – Argamassas utilizadas (Ke, 2008).

Arg.	ν_m	E_m (MPa)
M8	0,2	28588
M9	0,2	33183
M10	0,2	35397

4.2.1.2 2º conjunto de dados (Chen, 2003)

Outro referencial encontrado foram os dados de Chen (2003). O autor obteve o módulo de elasticidade do agregado por meio de uma equação matemática, através da aplicação do Método do Agregado Central em um concreto normal, considerando os agregados circulares. A partir desses resultados, foi formulada uma relação entre o módulo de elasticidade do agregado leve e o volume de agregados, o módulo de Young da argamassa e do concreto. Após a comparação com valores experimentais de agregados conhecidos, utilizou tal formulação para a previsão do módulo de elasticidade do agregado leve. Os agregados utilizados foram o xisto expandido com uma densidade de 1200-1400kg/m^3 e argila expandida com uma densidade de partícula de 800-1000kg/m^3 e o fator água/cimento de 0,4. Segundo o trabalho, foram utilizadas areias de peso normal e cimento Portlant e agregados leves no entorno de 20mm de diâmetro. O coeficiente de Poisson utilizado foi

Tabela 7 – Resultado para o módulo de elasticidade do agregado, extraído do trabalho de Ke (2008)

Argamassa	Curvas	E_a (MPa) $Va(\%)$			$E_a médio$
		25	37,5	45	
M8	1	6720	5890	6800	6470
	2	8680	7450	7960	8030
	3	8100	6610	6840	7183
	4	10330	9700	10200	10077
	5	20320	20570	19930	20273
M9	1	7310	7410	6700	7140
	2	9610	9470	9780	9620
	3	7430	8700	8810	8313
	4	12970	10700	10420	11363
	5	25200	25670	25170	25347
M10	1	10560	9590	9590	9913
	2	13160	11440	11380	11993
	3	9160	9410	9260	9277
	4	13180	12450	11780	12470
	5	29580	29220	30290	29697

Tabela 8 – Resultado para o módulo de elasticidade do agregado considerando a ITZ, extraído do trabalho de Ke (2008)

Argamassa	Curvas	E_a (MPa) $Va(\%)$			Média
		25	37,5	45	
M8	3	8340	6830	7050	7407
	4	10480	9830	10340	10217
	5	27290	27610	26610	27170
M9	3	7550	8830	8950	8443
	4	13050	10780	10500	11443
	5	28270	28790	28200	28420
M10	3	9160	9410	9260	9277
	4	13180	12450	11780	12470
	5	29580	29220	30290	29697

de 0,2 para todos os casos. A Tab. 9 fornece os dados encontrados no trabalho de Chen (2003), sendo possível visualizar que foram considerados concretos leves com 24, 25, 26, 27 e 28% de agregados. O autor utilizou o programa ANSYS para as simulações numéricas e aplicação do Método do Agregado Central.

Tabela 9 – Dados presentes em Chen (2003)

Agregado	Cura	E_m	$E_m médio$	Ec	V_a (%)	E_a
Xisto		11,9		11,8	28	9,9
Expandido	24 horas	12,9	12,9	11,3	28	8,0
(Taiwan)		13,9		12,2	24	11,4
Xisto		18,4		15,4	28	9,3
Expandido	42 horas	18,1	18,2	16,0	25	11,2
(Taiwan)		18,2		16,1	26	11,7
Argila		10,6		9,6	27	5,5
Expandida	20 horas	11,4	11,4	10	27	7,1
(China)		12,1		10,2	27	7,8

Foi aplicada a abordagem inversa considerando os dados fornecidos na Tab. 9. Como não foram fornecidas as informações das curvas granulométricas, foram utilizadas as 5 curvas presentes no trabalho de Ke (2008), visualizadas na Tab. 5. Ao fim, obteve-se a média de 15 corpos de provas gerados em cada caso, isso é, os 3 corpos de prova pra cada curva granulométricas analisada.

4.2.1.3 3º conjunto de dados (Nilsen et al., 1995)

Nilsen et al. (1995) obtiveram o módulo de elasticidade dos agregados por três diferentes abordagens, uma utilizando o método de Mori-Tanaka (Gommers, 1998), outra o modelo de Kuster-Toksöz (Kuster, 1974) e por fim um método experimental, baseado em medidas ultrassônicas obtidos de Muller-Rochholz (Müller-Rochholz, 1979). Os agregados analisados apresentavam granulometria de 4 a 8mm e de 8 a 16mm, com 15, 30 e 50% de agregados. Os autores realizaram um ensaio de compressão e obtiveram a média do módulo de elasticidade estático e da resistência à compressão do concreto em 2 corpos de prova diferentes de concreto aos 28 dias, através de uma máquina com capacidade de carga de 3000kN.

A Tab. 10 mostra os dados utilizados para a produção da argamassa para os casos de 15 e 30% de agregados. Observa-se pela tabela, que há uma redução na quantidade de todos os materiais presentes na argamassa quando a porcentagem de agregados sobe de 15 para 30%. Já a Tab. 11 fornece alguns dados quantitativos do número de agregados graúdos para os 2 diferentes tipos de agregados. É possível notar pela tabela 11 que o agregado do tipo 3 apresenta maior número de agregados do que o agregado do tipo 1,

para uma mesma porcentagem de agregado. Essa diferença numérica é explicada pela fato de existirem agregados com diâmetros menores no agregado do tipo 3.

Tabela 10 – Dados quantitativos para a argamassa (Nilsen et al., 1995).

Material	15%	30%
Água	213	176
Cimento	640	527
Silica	71,1	58,6
Areia	1081	890,6
Superplastificante	8,5	8,2

Tabela 11 – Dados quantitativos para agregados do tipo 1 e 3 (Nilsen et al., 1995).

Agregado	V_a (%)	4-8 mm	8-16 mm
Tipo 1	15	74	74
Tipo 3	15	110	111
Tipo 1	30	147	147
Tipo 3	30	219	222

A Tab. 12 contém os valores do coeficiente de Poisson (ν) e do módulo de elasticidade da argamassa e do concreto (E_m e E_c) para 15 e 30% de agregados do tipo 1 e 3. Nota-se pela tabela que o aumento da porcentagem de agregados traz uma diminuição do módulo de elasticidade do concreto, como era de se esperar.

Tabela 12 – Propriedades elásticas da argamassa e do concreto (Nilsen et al., 1995).

Agregado	V_a (%)	ν	E_m(GPa)	E_c(GPa)
Tipo 1	15	0,2	35,3	29,5
Tipo 3	15	0,2	35,3	30,5
Tipo 1	30	0,2	35,3	25
Tipo 3	30	0,2	35,3	28,5

Os resultados de Nilsen et al. (1995) para módulos de elasticidade médio para cada tipo de agregado, obtidos pelas 3 abordagens, podem ser visualizados pela Tab. 13. Para comparação, foram consideradas no presente trabalho as abordagens com 15 e 30%, uma vez que o concreto com 50% de agregados leves é inviável na prática e poderia trazer um grande aumento no custo computacional na geração e simulação do modelo desenvolvido.

Tabela 13 – Módulo de elasticidade do agregado com 3 abordagens diferentes (Nilsen et al., 1995).

Tipo de Agregado	E_a (GPa)		
	Kuster-Toksoz	Mori-Tanaka	Muller-Rochholz
Tipo 1	10,3	12,5	13
Tipo 2	15,3	16,4	-
Tipo 3	19,1	19,6	17,5

4.2.2 Conjunto de dados: Modelo II

Para o modelo elastoplástico, os dados utilizados foram extraídos de Ke (2008). O autor utilizou para a resolução do problema de obtenção do f_{ck} do agregado um método de homogeneização iterativa, baseado em modelos matemáticos micromecânicos de Arnould et al. (1986). Os volumes de agregados utilizados foram de 12.5, 25, 37.5 e 45 %, considerando um modelo de 2 fases. O autor apresenta na resolução do problema 3 argamassas diferentes (M8, M9 e M10), com suas propriedades elásticas e plásticas presentes na Tab.14. É possível visualizar ainda pela Tab. 14 que a argamassa M10 tem um fck bem alto (na ordem de 85,96 MPa) e as três argamassas mostram três cenários bem diversos em termos de valores de módulo de elasticidade e f_{ck}.

Tabela 14 – Argamassas utilizadas (Ke, 2008).

Arg.	ν_m	E_m (MPa)	$f_{ck}m$ (MPa)
M8	0,2	28588	40,18
M9	0,2	33183	64,18
M10	0,2	35397	85,96

A Tab. 15 representa os resultados dos f_{ck}'s dos agregados obtidos pelo método proposto na dissertação, para as argamassas M8, M9 e M10 com as 5 curvas granulométricas analisadas. A mesma tabela apresenta o conjunto dos dados relativos ao módulo de elasticidade do agregado (E_a), volume percentual de agregados ($V_a(\%)$) e f_{ck} do concreto obtido experimentalmente, além do f_{ck} do agregado obtido numericamente (fck_anum) pelo método utilizado por Ke (2008). Os valores encontrados na tabela foram obtidos com as 3 argamassas citadas anteriormente e é possível ainda visualizar que para praticamente todos os casos, o aumento do $V_a(\%)$ traz uma diminuição do f_{ck} do concreto, além da diminuição do f_{ck} do agregado obtido numericamente. O autor considera o resultado do fck_a para cada porcentagem de agregado e obtém uma média em cada curva granulométrica. Nota-se que há variações no fck do agregado de 14,9 a 72,4 MPa em termos de média nos resultados encontrados pelo autor.

4.2.3 Coeficiente de Poisson

O coeficiente de Poisson é uma propriedade elástica e refere-se ao valor absoluto da relação entre as deformações transversais e longitudinais em um eixo de tração axial (Lotti et al., 2006). É uma grandeza adimensional e varia conforme o tipo de material. Para concretos normais, existem estudos (Proença, 1988) sobre o comportamento do coeficiente de Poisson com a aplicação da carga uniaxial. Conforme se aproxima da tensão de pico (f_c), o valor do coeficiente de Poisson aumenta em consequência da área superficial de fissuras (Proença, 1988), conforme mostrado na Fig. 28.

Tabela 15 – Resultados para o f_{ck} do agregado, extraído do trabalho de Ke (2008)

Argamassa	Curvas	E_a	$Fck_c exp - Va(\%)$				$Fck_a - Va(\%)$				Média (Fck_a)
			12,5	25	37,5	45	12,5	25	37,5	45	
M8	1	6470	36,5	30,8	27,2	24,9	15,3	14,8	14,9	14,7	14,9
	2	8030	39	34	28,6	27,8	19,1	18,6	17,5	18,1	18,3
	3	7183	37,2	32,2	27,8	25,8	16,8	16,5	16	16	16,3
	4	10077	38,1	35,2	30,5	28,8	21,7	21,9	20,6	20,6	21,2
	5	20273	42,3	42	43,1	42,6	36	36,6	38,5	38,6	37,4
M9	1	7140	56,4	44,2	37,3	33,2	22,8	20,5	19,8	19,2	20,6
	2	9620	50,9	36,4	32,8	33,6	25,5	20,2	20,3	22,1	22
	3	8313	45,6	36,5	29,7	30,8	20,6	18,6	17,1	19,1	18,8
	4	11363	55,7	50,5	41,7	38,4	31,1	30,9	27,9	27	29,2
	5	25347	59,4	57,7	56,2	50	52,5	51,9	51,5	46,3	50,5
M10	1	9913	70,2	55,6	45,2	42,4	33,9	30,1	27,7	27,8	29,9
	2	11993	64,6	50,3	38,9	39,5	35,2	30,2	26,2	28,1	29,9
	3	9277	62,8	46,4	39,4	34	29,5	24,4	23,1	21,5	24,6
	4	12470	70,7	59,5	47,6	42,3	39	36,7	32,2	30,6	34,6
	5	29697	81,7	78	75,4	73,2	75,9	72,9	71,5	69,3	72,4

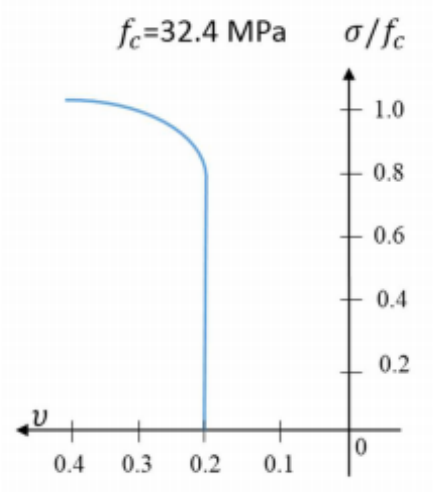


Figura 28 – Análise da influência do Coeficiente de Poisson em concretos, segundo Proença (1988)

Como o objetivo do estudo é obter o módulo de elasticidade e o f_{ck} do agregado, não foi considerada no presente trabalho a determinação do coeficiente de Poisson. A justificativa para tal é que as referências na literatura já informam o valor desse coeficiente para agregados leves e argamassas. Foi feito também um estudo preliminar com vistas a entender a interferência desse coeficiente para o modelo estudado. Uma análise foi conduzida alterando o coeficiente de Poisson do agregado de 0,05 a 0,25, uma faixa que engloba os possíveis valores do coeficiente e assim foi feita uma análise do módulo de elasticidade e da resistência à compressão do concreto com a alteração do Poisson, mantendo-se o módulo de elasticidade do agregado constante. A Tab. 16 contém os dados utilizados e os resultados encontrados para o módulo de elasticidade e a resistência à compressão, sendo possível ver que para a mesma curva granulométrica, mesma argamassa e agregado foi possível observar uma pequena alteração do f_{ck} e do módulo de elasticidade do concreto ao alterar o coeficiente de Poisson no intervalo de 0,05 a 0,25. A maior diferença percentual encontrada para o caso do módulo de elasticidade do concreto foi de 0,38% e para o fck do concreto foi de 0,13%, demonstrando que a alteração ou determinação desse coeficiente não tem relevância no estudo. Esses dados são baseados em dados reais de acordo com o trabalho de Nilsen et al. (1995).

Tabela 16 – Tabela de verificação da influência do coeficiente de Poisson.

Curva	υ	E_m	E_a (MPa)	E_c (Mpa)	Fck_c (MPa)
4	**0,05**	35300	13000	25,703	54,22
4	**0,1**	35300	13000	25,694	54,24
4	**0,15**	35300	13000	25,706	54,26
4	**0,2**	35300	13000	25,739	54,27
4	**0,25**	35300	13000	25,793	54,29

A Fig. 29 mostra que a alteração é quase imperceptível e considerada desprezível em termos de diferenças percentuais. Assim sendo, foi considerado um coeficiente de Poisson tanto para o agregado quanto para a argamassa de 0,2 para todos os casos de agregados leves estudados no presente estudo, sendo a prioridade do trabalho se estimar o f_{ck} e o E do agregado.

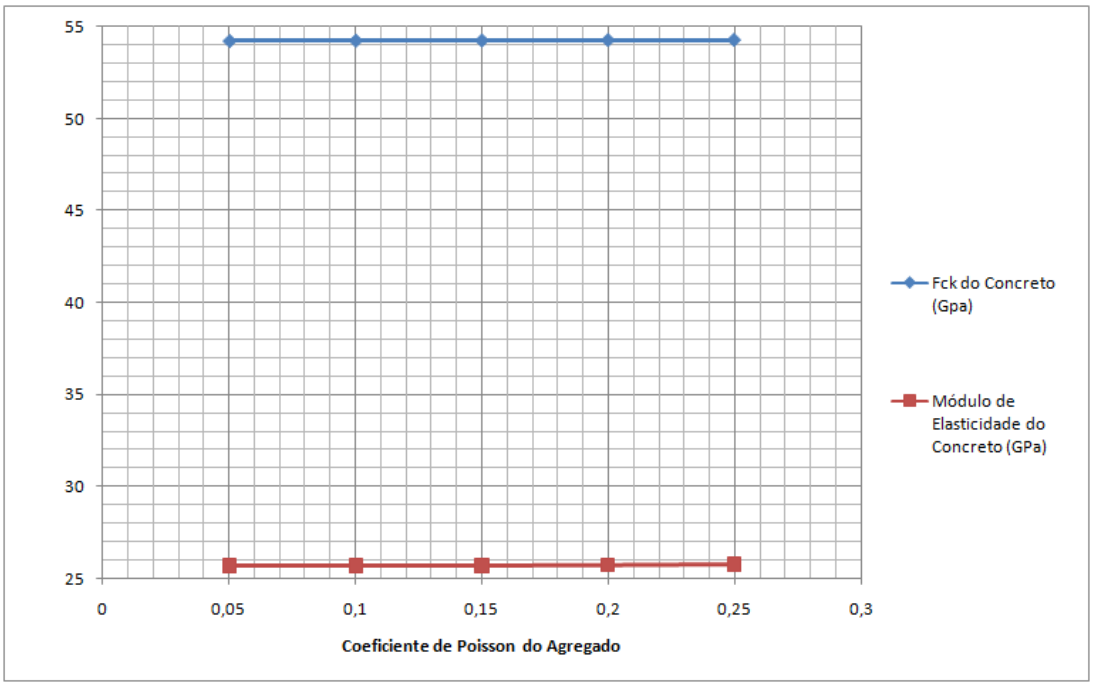


Figura 29 – Variação do coeficiente de Poisson com o módulo de elasticidade e o f_{ck} do concreto

Por fim, segundo o trabalho de Chen (2003), resultados numéricos realizados, concluíram que a mudança do coeficiente de Poisson do agregado e da argamassa têm um pequeno efeito para o módulo de elasticidade do concreto, corroborando com as conclusões obtidas nesta dissertação.

4.3 Resultados do Modelo I - Elástico Linear - Módulo de elasticidade

Esta seção apresenta os resultados da aplicação do procedimento inverso para o modelo elástico-linear sobre dados apresentados anteriormente, calculando a diferença percentual, aqui denominada de Delta ou pelo símbolo Δ, entre os valores encontrados e os obtidos pela literatura para cada conjunto. Foram observadas diferenças percentuais no intervalo de 0,0 a 27,86% entre todos os resultados comparados com a literatura, conforme descrito nas próximas seções.

4.3.1 Resultados e comparações com os dados de Ke (2008)

Os resultados do módulo de elasticidade do agregado para todos o casos obtidos e comparados com os dados de Ke (2008) estão presente na Tabela 17. Os 45 resultados apresentados na Tab. 17 são a representação de 135 corpos de prova, pois cada um deles é a média de 3 corpos de prova com disposições geométricas diferentes. Ainda é possível encontrar na Tab. 18 a aplicação do método adotado pelo autor, considerando um modelo de 3 fases (agregado, argamassa e ITZ). Para o caso com ITZ, Ke (2008) apresenta resultados somente para as curvas de 3 a 5 e porcentagens de agregados de 25, 37,5 e 45%. A Tab. 19 representa os resultados para 25% de agregados leves com um maior detalhe do conjunto de dados de entrada, como o módulo de elasticidade do concreto e da argamassa experimental para cada uma das 5 curvas granulométricas.

Em relação aos dados extraídos de Ke (2008), nota-se que grande parte dos valores dos módulos de elasticidade do agregado leve encontrados pelo presente trabalho apresentam valores superiores ao método referido de Ke (2008), tendo como exceção a curva granulométrica 5, em que os valores foram inferiores ao de Ke (2008). No trabalho citado, foi possível notar que Ke (2008) obteve maiores valores numéricos para o módulo de elasticidade do agregado leve no modelo com ITZ em comparação com o modelo sem levar em conta a ITZ. Com isso, foi notado que as diferenças percentuais (Δ) tiveram um decréscimo nos casos das curvas 3 e 4, o que pode ser considerado uma vantagem para o método proposto no trabalho, já que o modelo com 3 fases (considerando ITZ) tende a representar melhor um modelo real.

Nota-se que alguns resultados apresentaram uma diferença percentual bem baixa, com uma faixa de 0 a 10% e outros divergiram mais, com diferenças de 27% e os resultados mais próximos da literatura foram encontrados para as curvas granulométricas 4 e 5, enquanto que os resultados com maiores diferenças percentuais foram encontrados nas curvas do tipo 1 e 3.

Em se tratando da média, é possível visualizar pela Fig. 30 o resultado do módulo de elasticidade médio do agregado, para cada curva granulométrica, considerando o método desenvolvido e o método de Ke (2008). A média foi obtida por meio dos resultados de módulo de elasticidade do agregado obtidos para as diversas porcentagens de agregados e as três diferentes argamassas em cada curva granulométrica. Ao fim, é notado pela figura que há um mesmo comportamento em termos de valores médios e o método empregado na dissertação obtém na média maiores valores de módulo de elasticidade para o agregado.

Tabela 17 – Resultados para o módulo de elasticidade do agregado leve.

Argamassa M8									
Curva	25%	25%(Num)	Δ (%)	37,50%	37,5%(Num)	Δ (%)	45%	45%(Num)	Δ (%)
1	6720	8200	-22,02381	5890	7133	-21,10357	6800	7787	-14,51471
2	8680	9900	-14,0553	7450	8571	-15,04698	7960	8986	-12,88945
3	8100	9600	-18,51852	6610	7997	-20,98336	6840	7681	-12,29532
4	10330	11350	-9,874153	9700	10811	-11,45361	10200	10995	-7,794118
5	20320	20130	0,9350394	20570	20488	0,3986388	19930	19750	0,9031611
Argamassa M9									
Curva	25%	25%(Num)	Δ (%)	37,50%	37,5%(Num)	Δ (%)	45%	45%(Num)	Δ (%)
1	7310	9000	-23,11902	7410	8784	-18,54251	6700	7965	-18,8806
2	9610	11000	-14,4641	9470	10686	-12,84055	9780	10919	-11,64622
3	7430	9500	-27,86003	8700	10180	-17,01149	8810	9701	-10,11351
4	12970	14000	-7,941403	10700	12061	-12,71963	10420	11493	-10,2975
5	25200	24900	1,1904762	25670	25466	0,794702	25170	24865	1,21176
Argamassa M10									
Curva	25%	25%(Num)	Δ (%)	37,50%	37,5%(Num)	Δ (%)	45%	45%(Num)	Δ (%)
1	10560	12000	-13,63636	9590	10863	-13,27424	9590	10694	-11,51199
2	13160	14300	-8,662614	11440	12590	-10,05245	11380	12496	-9,806678
3	9160	11150	-21,72489	9410	10969	-16,56748	9260	10219	-10,35637
4	13180	14400	-9,256449	12450	13776	-10,6506	11780	12853	-9,108659
5	29580	29000	1,9607843	29220	28902	1,0882957	30290	29864	1,4064048

Tabela 18 – Resultados para o módulo de elasticidade do agregado leve comparado com a literatura, considerando a ITZ.

Argamassa M8									
Curva	25%	25%(Num)	Δ (%)	37,50%	37,5%(Num)	Δ (%)	45%	45%(Num)	Δ (%)
3	8340	9600	**-15,10**	6830	7997	**-17,09**	7050	7681	**-8,95**
4	10480	11350	**-8,30**	9830	10811	**-9,98**	10340	10995	**-6,33**
5	27290	20130	26,24	27610	20488	25,79	26610	19750	25,78
Argamassa M9									
Curva	25%	25%(Num)	Δ (%)	37,50%	37,5%(Num)	Δ (%)	45%	45%(Num)	Δ (%)
3	7550	9500	**-25,83**	8830	10180	**-15,29**	8950	9701	**-8,39**
4	13050	14000	**-7,28**	10780	12061	**-11,88**	10500	11493	**-9,46**
5	28270	24900	11,92	28790	25466	11,54	28200	24865	11,83
Argamassa M10									
Curva	25%	25%(Num)	Δ (%)	37,50%	37,5%(Num)	Δ (%)	45%	45%(Num)	Δ (%)
3	9160	11150	-21,72	9410	10969	-16,57	9260	10219	-10,36
4	13180	14400	-9,26	12450	13776	-10,65	11780	12853	-9,11
5	29580	29000	1,96	29220	28902	1,09	30290	29864	1,41

Tabela 19 – Comparação com os resultados de agregados com 25% presentes em Ke (2008)

Curva	$E_m exp$ (MPa)	$E_c exp$	E_a Ke (2008)	$E_a num$ (25%)	$\Delta(\%)$ [1]
1		20665	6720	8200	**-22,02**
2		21680	8680	9900	**-14,05**
3	28580	21391	8100	9600	**-18,52**
4		22471	10330	11350	**-9,87**
5		26262	20320	20130	**0,93**
1		23712	7310	9000	**-23,11**
2		24934	9610	11000	**-14,46**
3	33183	23778	7430	9500	**-27,86**
4		26521	12970	14000	**-7,94**
5		30987	25200	24900	**1,19**
1		26.753	10560	12000	**-13,64**
2		27991	13160	14300	**-8,66**
3	35397	26033	9160	11150	**-21,72**
4		27998	13180	14400	**-9,25**
5		33845	29580	29000	**1,96**

[1]Diferença percentual entre o Módulo de Elasticidade obtido em Ke (2008) e o obtido pela metodologia empregada

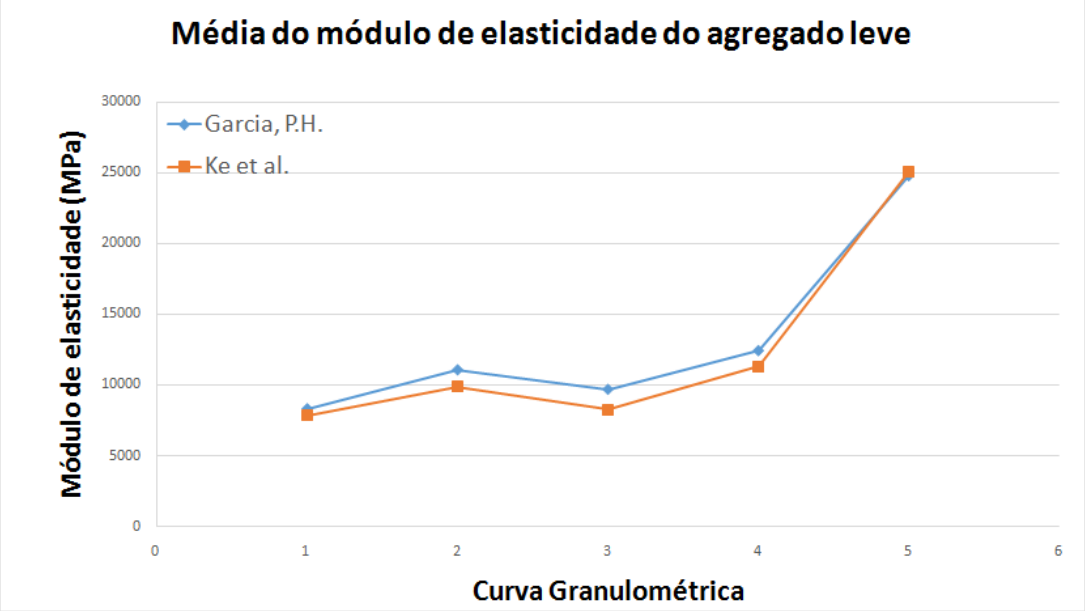


Figura 30 – Média dos valores do módulo de elasticidade em comparação com Ke (2008)

4.3.2 Resultados e comparações com os dados de Chen (2003)

A Tab. 20 mostra um resumo com a comparação do módulo de elasticidade do agregado obtido pelo método proposto e os resultados contidos no trabalho de Chen (2003). É possível visualizar em negrito a diferença percentual entre os valores encontrado pelo método da literatura e o aqui proposto. Foram encontradas diferenças percentuais entre 0 e 12,28%, com uma diferença média de 5,462%.

Tabela 20 – Comparação com os resultados presentes em Chen (2003)

Agregado	E_a	E_anum	Δ (%)
Xisto	9,9	9,3	**6,06**
Expandido	8,0	8,0	**0,0**
(Taiwan)	11,4	10,0	**12,28**
Xisto	9,3	10,1	**-8,60**
Expandido	11,2	11,0	**1,78**
(Taiwan)	11,7	11,3	**4,27**
Argila	5,5	6,1	**-10,91**
Expandida	7,1	7,0	**1,41**
(China)	7,8	7,5	**3,85**

Em seguida, foi considerada a média do módulo de elasticidade do agregado encontrada para cada agregado do mesmo tipo e tempo de cura. A Tab. 21 representa os valores médios citados e é possível observar uma boa correlação entre os valores da literatura e os encontrados no presente estudo. A tabela ainda mostra o desvio percentual (σ) entre os valores médios e os valores encontrados do módulo de elasticidade do agregado. Observa-se uma redução percentual do desvio em relação a média quando se compara o σ_{lit} e o σ_{num}. Essa redução é uma vantagem, quando o objetivo é encontrar um menor desvio para o módulo de elasticidade do agregado leve em diferentes corpos de prova com propriedades de argamassa e volume de agregados variáveis. A Tab. 22 apresenta os dados necessários para a aplicação do método, como os dados das propriedades mecânicas da argamassa e do concreto experimentalmente obtidos, além de informações complementares como os tipos de agregado analisados e o tempo de cura dos corpos de prova de concreto.

Tabela 21 – Comparação com as médias de cada corpo de prova testado presentes em Chen (2003)

Ea_{lit}(Médio) [1]	E_anum(Médio) [2]	σlit(%) [3]	σnum(%) [3]
		-3,40	**2,15**
9,80	9,10	-22,00	**-13,75**
		11,20	**9,00**
		-9,30	**-6,93**
10,70	10,80	9,30	**1,82**
		14,10	**4,42**
		-19,10	**-13,11**
6,80	6,90	4,40	**1,43**
		14,70	**8,00**

[1]Módulo de elasticidade médio, em GPa, obtido do trabalho de Chen (2003)
[2]Módulo de elasticidade médio, em GPa, obtido pela metodologia proposta
[3]Desvio percentual de cada conjunto de dados em relação a média

Tabela 22 – Comparação com os resultados presentes em Chen (2003)

Agregado	Cura	$E_m exp$ (GPa)	E_m (Médio)[1]	Ec_{exp} (GPa)	V_a (%)	E_aChen (2003)	$E_a num$	Δ (%) [2]
Xisto		11,9		11,8	28	9,9	9,3	**6,06**
Expandido	24 horas	12,9	12,9	11,3	28	8,0	8,0	**0,0**
(Taiwan)		13,9		12,2	24	11,4	10,0	**12,28**
Xisto		18,4		15,4	28	9,3	10,1	**-8,60**
Expandido	42 horas	18,1	18,2	16,0	25	11,2	11,0	**1,78**
(Taiwan)		18,2		16,1	26	11,7	11,3	**4,27**
Argila		10,6		9,6	27	5,5	6,1	**-10,91**
Expandida	20 horas	11,4	11,4	10	27	7,1	7,0	**1,41**
(China)		12,1		10,2	27	7,8	7,5	**3,85**

[1]Valor médio do módulo de elasticidade da argamassa. Esse foi o valor de referência

[2]Diferença percentual do valor encontrado pelo método de Chen (2003) com o encontrado na metodologia proposta

4.3.3 Resultados e comparações com os dados de Nilsen et al. (1995)

A Tab. 23 é baseada no conjunto de dados presentes em Nilsen et al. (1995) e apresenta os resultados para o módulo de elasticidade do agregado por meio de diferentes métodos ou modelos citados anteriormente. É possível encontrar em negrito na tabela, os resultados de módulo de elasticidade de agregado usando o método proposto para 15 e 30% de agregados. Foi escolhido como referência o método experimental de Müller-Rochholz (1979) e a Tab. 24 mostra as diferenças percentuais dos modelos e métodos com a referência experimental. Os resultados experimentais de Muller-Rochholz só apresentam resultados para o tipo de agregado 1 e 3, portanto foi feita somente as comparações com esses tipos de agregados.

Tabela 23 – Valores de módulo de elasticidade em GPa do agregado para 3 abordagens diferentes obtidos no trabalho de Nilsen et al. (1995) e na presente metodologia.

Tipo de	E_a (GPa)				
Agregado	Kuster-Toksoz	Mori-Tanaka	Muller-Rochholz	Garcia (15%)	Garcia (30%)
Tipo 1	10,3	12,5	13	**12,9**	**12**
Tipo 2	15,3	16,4	*	**13,9**	**15,1**
Tipo 3	19,1	19,6	17,5	**17,7**	**17,7**

É possível verificar na Tab. 24 que o método proposto para o caso de 15% de agregados, obteve valores de diferença percentual de 0,77% comparado com o método experimental de Müller-Rochholz (1979) para o agregado tipo 1 e de 1,14% para o agregado do tipo 3. Para o volume de 30% de agregados a proposta dessa dissertação apresentou resultados mais distantes comparativamente para o agregado tipo 1 (7,69%) e de 1,14% para o agregado tipo 3, mas ainda assim as diferenças não passaram de 10%. Logo, é possível visualizar a boa concordância do método proposto no trabalho com a abordagem experimental, quando se comparam com os outros métodos referidos. Assim sendo, para o conjunto de dados analisados, o método surge como uma boa proposta para a determinação do módulo de elasticidade de agregados leves.

Tabela 24 – Diferença percentual do módulo de elasticidade do agregado com abordagens diferentes e o método experimental de Müller-Rochholz (1979).

Tipo de	Δ (%) (Comparado com Müller-Rochholz (1979))			
Agregaddo	Kuster-Toksoz	Mori-Tanaka	Garcia (15%)	Garcia (30%)
Tipo 1	20,77 %	3,85 %	**0,77%**	7,69 %
Tipo 3	-9,14 %	-12 %	**-1,14 %**	**-1,14 %**

4.4 Resultados do Modelo II - Elastoplástico

4.4.1 Resultados e comparações com os dados de Ke (2008)

É possível encontrar na Tab. 28 do Apêndice A o conjunto de dados com os resultados para o fck_a das 60 amostras com 12,5, 25, 37,5 e 45% de agregado contendo 3 tipos diferentes de argamassas (M8, M9 e M10). A Fig. 31 mostra a diferença percentual com cada corpo de prova encontrado com os valores disponíveis em Ke (2008). Já a Fig. 32, apresenta, respectivamente, as médias dos resultados de módulo de elasticidade dos agregados obtidos para cada um dos 3 tipos de argamassa e 5 curvas granulométricas resultantes do presente estudo. A diferença média de todos os 60 resultados comparados com a literatura foi de 7,33% com um desvio padrão de 12,48% e um desvio médio de 9,94%. A média dessas diferenças teve um aumento pelo motivo de serem observadas diferenças percentuais na ordem de 30 a 40% em três casos, dois para as curvas 1 e 4 no caso da argamassa M9 e um para um caso de 12,5% de agregados para a curva 5 com argamassa M8. É necessário um melhor estudo de causa para esses casos citados já que são resultados pontuais e diferem consideravelmente da média e da grande parte dos 60 resultados comparados. É usual ocorrerem erros de ordem experimental, já que trata-se da média de um grande número de conjunto de dados.

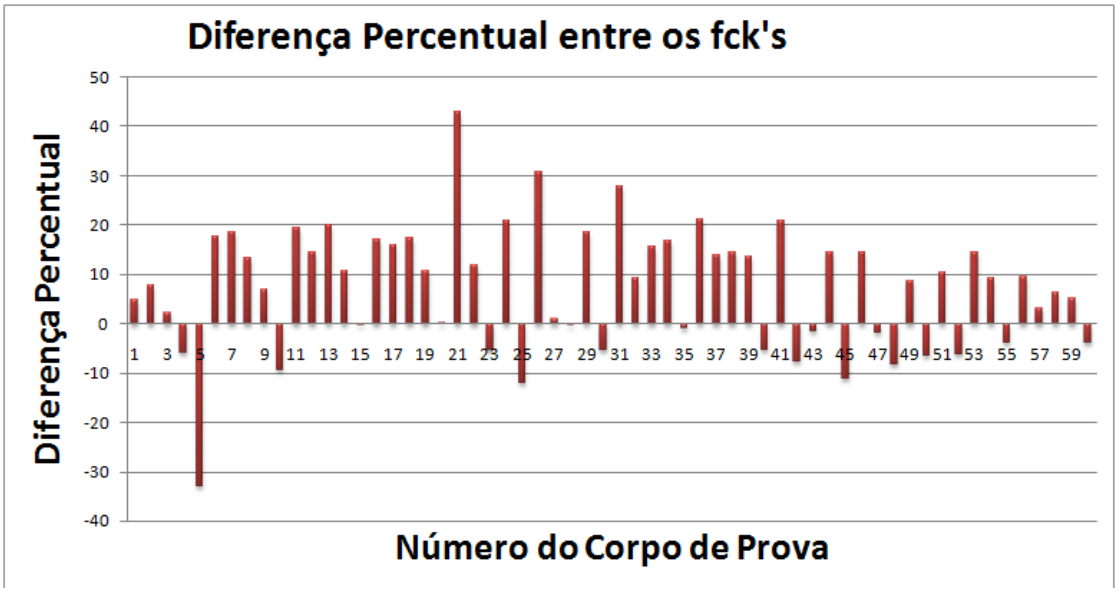
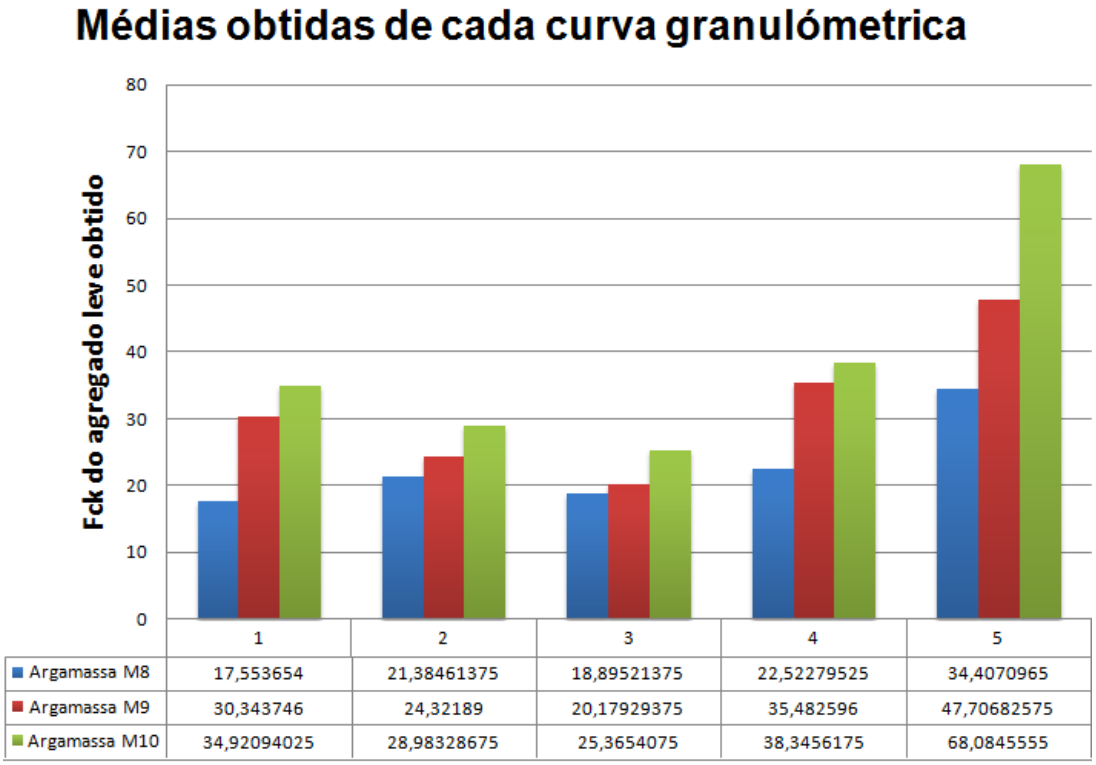


Figura 31 – Diferenças Percentuais, comparadas com Ke (2008).

A Fig. **??** traz as comparações utilizando as três argamassas e a média para as 4 porcentagens de agregados estudadas (12.5, 25, 37.5 e 45%) para cada uma das cinco curvas granulométricas presentes no trabalho. Nota-se que há uma concordância entre os resultados, principalmente para o caso da argamassa M10 e uma divergência maior de comportamento para a curva 1 e 4 da argamassa M9. Para os casos utilizando argila



	1	2	3	4	5
Argamassa M8	17,553654	21,38461375	18,89521375	22,52279525	34,4070965
Argamassa M9	30,343746	24,32189	20,17929375	35,482596	47,70682575
Argamassa M10	34,92094025	28,98328675	25,3654075	38,3456175	68,0845555

Figura 32 – Médias dos resultados para cada CP e curva granulométrica

expandida (curvas de 1 a 3), o resultado da média obtida foi maior que o encontrado no trabalho de Ke (2008). Já para o caso do xisto, o resultado da literatura citada apresentou um maior valor para a curva 5 nas três argamassas. Em termos de médias, os resultados em geral, tiveram comportamentos similares, como pode ser visualizada pela Figs. 33, 34 e 35. As figuras representam a relação do f_{ck} médio dos agregados em função de cada curva granulométrica e para cada tipo de argamssa (M8, M9 e M10).

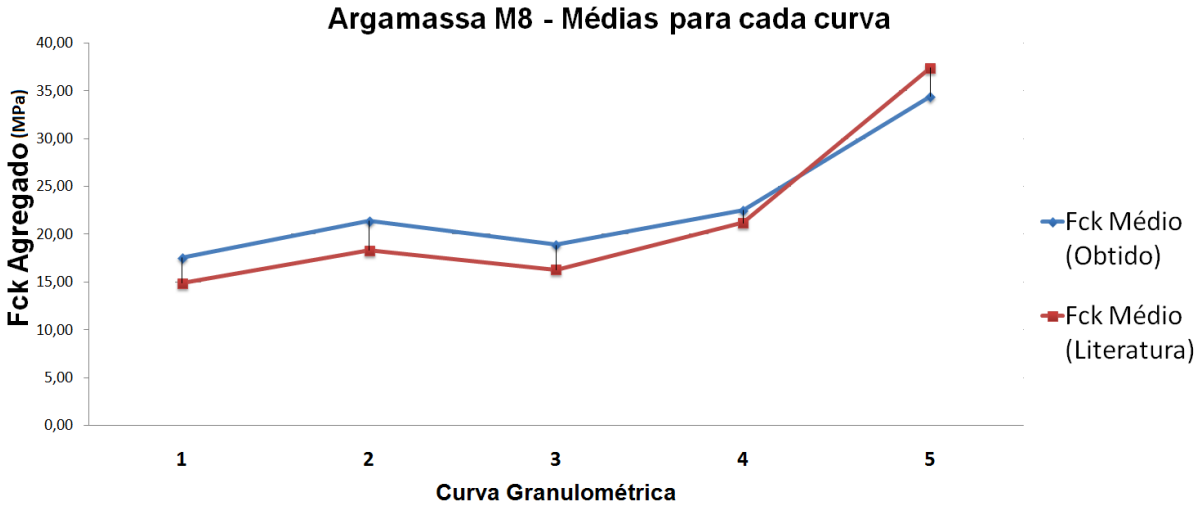


Figura 33 – Comparação das médias do fck do agregado para diferentes curvas granulométricas e argamassa M8, comparado com Ke (2008).

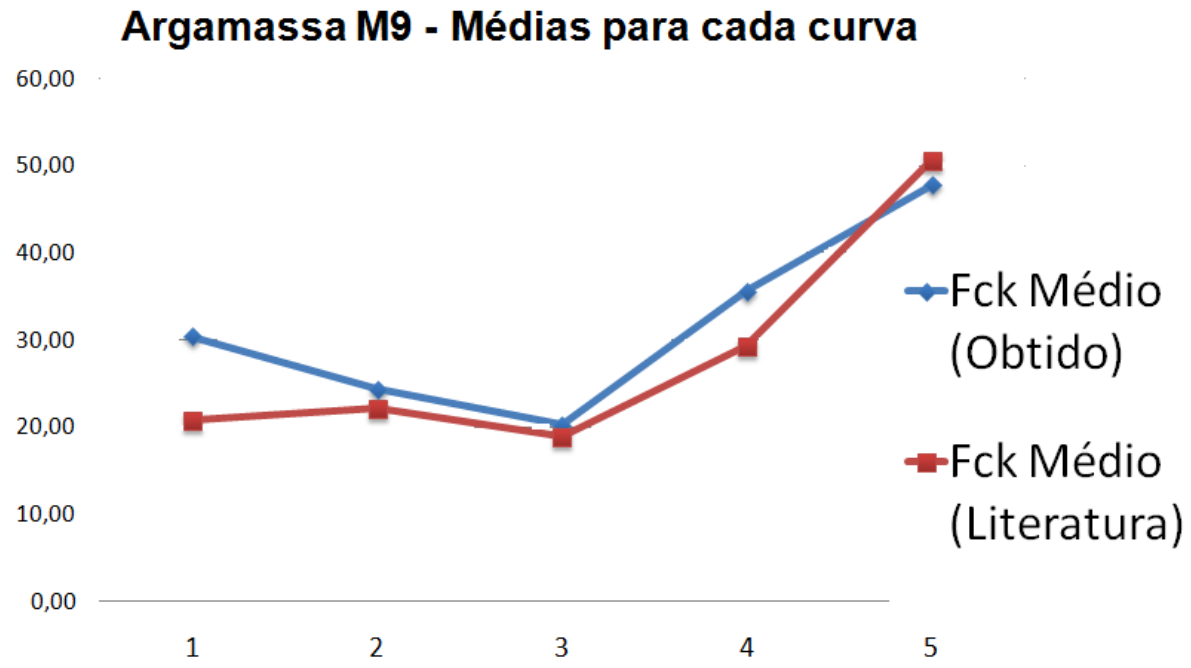


Figura 34 – Comparação das médias do fck do agregado para diferentes curvas granulométricas e argamassa M9, comparado com Ke (2008).

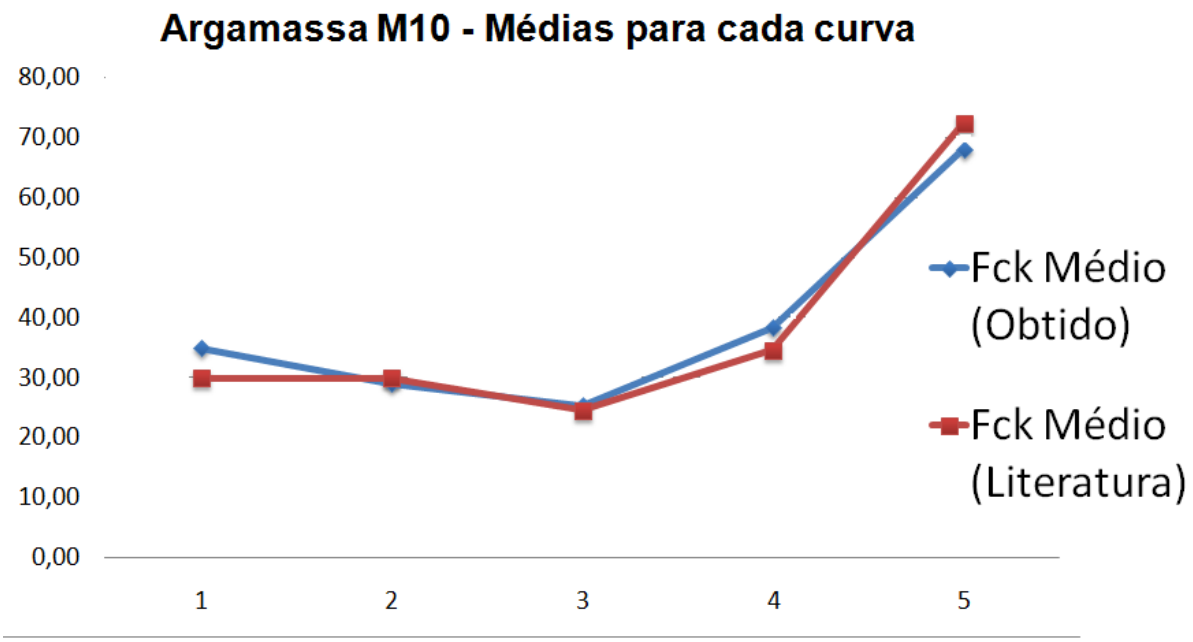


Figura 35 – Comparação das médias do fck do agregado para diferentes curvas granulométricas e argamassa M10, comparado com Ke (2008).

4.5 Análise dos resultados

Baseado nos resultados, é possível notar que, em grande parte dos casos, o método desenvolvido conseguiu prever o comportamento do módulo de elasticidade e fck do

agregado comparativamente aos conjuntos de dados e métodos de comparação. Para os dados de Ke (2008) e Chen (2003), como se tratam de resultados também obtidos por meio de métodos numéricos, torna-se complexa a análise de qual resultado se aproximou mais do esperado. Assim sendo, com vistas a uma melhor análise dos resultados é possível obter uma faixa de intervalos entre os módulo de elasticidade do agregado (E_a) encontrados, como mostrado nas Tabs. 25 e 26. A Tab. 25 representa as comparações dos intervalos dos módulos de elasticidade dos agregados encontrados nos modelos sem e com ITZ, considerando as 5 curvas granulométricas. Para a argila expandida, nota-se que o método de Ke (2008) encontrou intervalos com menores valores de E_a e quando se trata dos dados considerando a ITZ, a diferença entre as faixas encontradas se reduzem. Já para o xisto, quando não se considera a ITZ, temos valores mais próximos em termos de intervalo de valores encontrados. Em relação a Tab. 26, é possível visualizar faixas de valores bem próximas ao método comparado (Chen, 2003) e o resultado foi satisfatório. Logo, o método do agregado central proposto por Chen (2003) apresentou resultados mais próximos do método desenvolvido do que o método de Ke (2008).

Para o caso do conjunto de dados presentes em Nilsen et al. (1995), como há um método experimental para obtenção do módulo de elasticidade do agregado, é possível fazer a comparação com esse método e obter as comparações dos resultados encontrados. Foi notado que o método proposto apresentou resultados bem próximos aos experimentais e se mostrou uma vantagem em relação aos demais modelos e métodos citados por Nilsen et al. (1995). Esses resultados trazem uma maior confiabilidade à abordagem utilizada, já que os resultados são comparados a métodos e modelos comumente utilizados na literatura e a presente abordagem traz resultados mais próximos ao esperado em comparação aos demais.

A Tab. 27 apresenta a faixa de intervalos da resistência característica à compressão para o agregado (fck_a) nas curvas de 1 a 5. Nota-se que para os agregados de argila expandida, os valores de intervalos de fck_a encontrados no presente trabalho são superiores aos encontrados em Ke (2008). Já para o xisto expandido, a faixa de valores da literatura mencionada encontra maiores valores de fck do agregado, como é possível observar na curva granulométrica de número 5. É possível analisar, pela tabela, que existem alguns casos em que os valores têm uma maior divergência, como é o caso da curva 1, sendo uma possível justificativa para um resultado que ficou bem acima da média encontrada na seção de Resultados. As curvas 2 e 3 foram as que obtiveram faixas de intervalos mais próximos do conjunto de dados de Ke (2008). É necessário um melhor estudo dos valores limites de fck_a no caso do xisto expandido, pois foram encontrados valores de 68,79 e 75,9 MPa na curva 5, o que é um valor muito elevado para um agregado leve. Isso confirma que existe uma relação entre a argamassa e o agregado, que faz com que o agregado se torne mais resistente às forças de compressão por meio de um confinamento realizado pela matriz de cimento presente no corpo de prova. É necessário um melhor estudo dessa relação com

fim a um entendimento do comportamento dos agregados leves nos concretos leves e de como a argamassa pode ser um agente capaz de potencializar a resistência dos agregados.

Tabela 25 – Faixa de intervalos de módulo de elasticidade comparados a Ke (2008)

Tipo de Agregado	Curva	E_a (Ke, 2008)	E_a (ITZ) (Ke, 2008)	Intervalo E_a [Garcia, P.H.] (MPa)
Argila expandida	1	5890 - 10560	-	7133 - 12000
	2	7450 - 13160	-	8571 - 14300
	3	6610 - 9410	6830 - 9410	7681 - 11150
Xisto expandido	4	9700 - 13180	9830 - 13180	10811 - 14400
	5	19930 - 30290	26610 - 30290	19750 - 29864

Tabela 26 – Faixa de intervalos de módulo de elasticidade comparados a Chen (2003)

Tipo de Agregado	Tempo de Cura	Intervalo E_a (Chen, 2003)	Intervalo E_a [Garcia, P.H.] (MPa)
Xisto Expandido	24 Horas	9900 - 11400	9300 - 10000
	42 horas	9300 - 11700	10100 - 11300
Argila Expandida	20 horas	5500 - 7800	6100 - 7500

Tabela 27 – Faixa de intervalos de f_{ck} comparados a (Ke, 2008)

Tipo de Agregado	Curva Granulométrica	fck_a Ke (2008)	Intervalo fck_a (Garcia, P.H.) (MPa)
Argila expandida	1	14,7 - 33,9	16,09 - 42,84
	2	17,5 - 35,2	20,48 - 32,66
	3	16 - 29,5	17,18 - 29,03
Xisto expandido	4	20,6 - 39,0	20,51 - 45,54
	5	36-75,9	27,06-68,79

4.5.1 Análise da influência das propriedades dos agregados

Foi visto por meio dos resultados encontrados e pela comparação com a literatura, que a obtenção do módulo de elasticidade e do f_{ck} do agregado em um concreto depende das propriedades mecânicas da argamassa, da granulometria do agregado, da porcentagem de agregados e do tipo de agregado. Assim sendo, é possível concluir alguns pontos baseando-se nos resultados obtidos nas seções anteriores do capítulo.

- Influência do tipo de agregado

  Em se tratando do tipo de agregado, foram analisados agregados do tipo argila expandida e agregados de xisto e, pelos resultados das propriedades mecânicas encontradas, foi possível notar que em todos os casos o f_{ck} e o módulo de elasticidade do agregado de xisto é maior que o da argila. Isso se deve ao fato de que a

mudança do tipo de agregado, ocasiona alterações nas propriedades dos mesmos, como a densidade, porosidade e outras propriedades intrínsecas do material que acabam alterando o módulo de elasticidade e a resistência à compressão do agregado graúdo. Um exemplo dessa relação é a análise dos agregados de xisto da curva 5, que apresentaram propriedades mecânicas de maiores valores. Esses agregados apresentam uma densidade superior aos agregados das demais curvas, como pode ser visualizado na seção dos dados fornecidos de Ke (2008), o que pode também ser uma explicação, pois a densidade é um parâmetro de importância quando se trata do estudo do comportamento mecânico dos agregados leves, conforme a formulação de de La Précontrainte (1983), explicitada no capítulo de Revisão Bibliográfica.

- Influência da granulometria dos agregados

  Outra análise possível diz respeito a relação da granulometria dos agregados com o tipo de argamassa empregada. Para o caso dos agregados de argila expandida estudados, quando se trata de uma argamassa com menor resistência à compressão (M8), o aumento da granulometria dos agregados causa um aumento de seu f_{ck}, já para o caso de argamassas mais resistentes e com maior módulo de elasticidade (M9 e M10), o aumento das dimensões dos agregados tendem a diminuir o f_{ck} do agregado, como pode ser visualizado pela Fig. 32. Isto pode ser explicado pela variação da superfície específica da argamassa com os agregados. Já para o xisto expandido, nas duas curvas presentes (curvas 4 e 5), nota-se que o aumento da granulometria, traz uma diminuição do módulo de elasticidade e f_{ck} do agregado, para todos os tipos de argamassa analisados (M8, M9 e M10). Esses resultados podem se apresentar como uma explicação das conclusões do trabalho de Rossignolo (2007), onde ele percebe uma alteração de resistência à compressão do concreto com a mudança de granulometria dos agregados para diferentes consumos de aglomerantes. Assim sendo, é possível obter relações variáveis no comportamento do conjunto dos agregados e argamassa, dependente da granulometria e tipo de agregado e das propriedades mecânicas da argamassa.

- Influência das propriedades mecânicas dos agregados

  Quando se trata da relação das propriedades mecânicas do agregado com as da argamassa, conclui-se que para uma mesma curva granulométrica, em todos os casos, a média do f_{cka} do agregado aumentou, quanto maior o f_{ck} e o módulo de elasticidade da argamassa, sendo possível notar que a argamassa influi nos resultados. Essa influência pode ser justificada pela condição de confinamento exercida pela argamassa sob o agregado. Cabe ressaltar que o resultado está representando uma medida de módulo de elasticidade e fck do agregado associada ao conjunto que compõe uma determinada distribuição granulométrica e não uma propriedade mecânica do material isolada. Uma alternativa é o estudo de um fator de correção para

determinar as propriedades mecânicas dos agregados, excluindo-se a influência das curvas granulométricas e as condições de contorno exercida pela argamassa.

- Influência da porcentagem dos agregados

  Em relação a influência da porcentagem de agregados nas propriedades mecânicas do concreto leve, foi notado que em todos os casos, quanto maior a porcentagem de agregados, menor é o módulo de elasticidade e o f_{ck} do concreto. Esses comportamentos analisados era de se esperar, já que o agregado leve em geral tem módulos de elasticidade e f_{ck}'s menores que a argamassa e é possível encontrar essas conclusões em outros trabalhos, como o presente em Nilsen et al. (1995). Logo, a definição da porcentagem de agregados leves deve ser levada em conta, dependendo do objetivo e da propriedade mecânica do concreto que se pretende obter.

4.5.2 Resultados Complementares

Para complementar o estudo, foi feita uma comparação entre os módulos de elasticidade experimental do concreto com o módulo de elasticidade do concreto obtido numericamente pelo método de Ke (2008) e pelo método proposto na dissertação, para um modelo de 25% de agregados com as argamassas M8, M9 e M10. As Figs. 36, 37 e 38 representam, respectivamente, os resultados para a argamassa M8, M9 e M10 com a relação entre cada uma das 5 curvas granulométricas com o módulo de elasticidade do concreto. A obtenção de cada módulo de elasticidade do concreto foi feita por meio da média de 3 corpos de prova com disposições geométricas diferentes. É possível concluir pelos resultados que o presente trabalho apresentou um resultado bem próximo do experimental, provavelmente devido a alteração do módulo de elasticidade do agregado.

O maior desvio-padrão do trabalho presente comparado aos resultados experimentais foi de 0,119GPa e o menor desvio-padrão foi de 0,0049GPa. Assim sendo, utilizando o módulo de elasticidade dos agregados obtidos pelo método e o modelo proposto, foram obtidos resultados bem representativos e próximos dos resultados experimentais. Com isso, como um dos objetivos do trabalho é prever o módulo de elasticidade do agregado com vistas a um melhor controle tecnológico do concreto, é possível concluir que para o modelo bidimensional formulado, considerando os agregados circulares e as condições de contorno impostas, a metodologia apresentou resultados bem similares ao conjunto de dados experimentais.

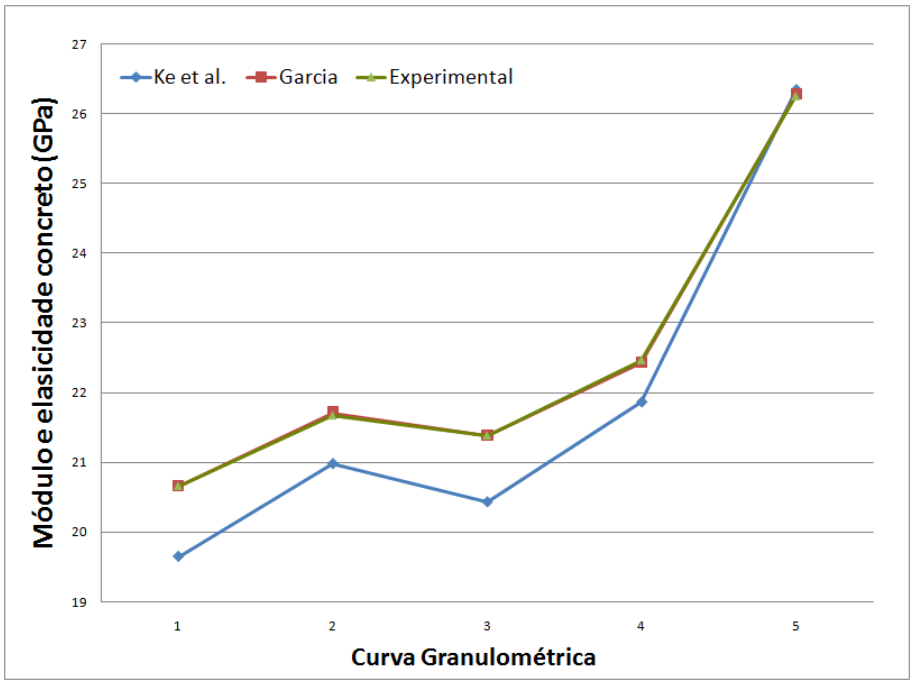


Figura 36 – Comparação para um modelo de 25% do módulo de elasticidade do concreto com o obtido experimentalmente, argamassa M8.

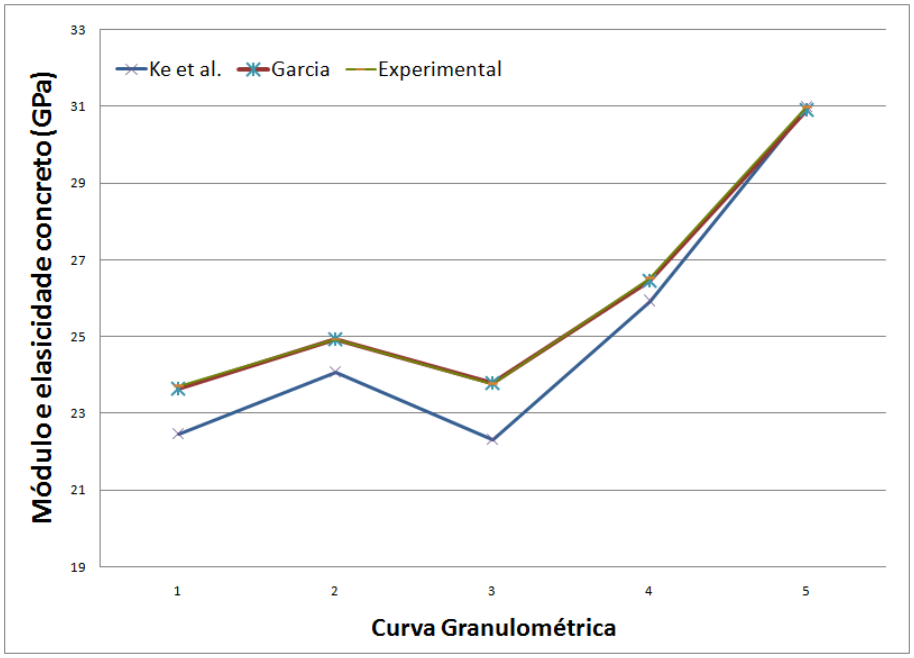


Figura 37 – Comparação para um modelo de 25% do módulo de elasticidade do concreto com o obtido experimentalmente, argamassa M9.

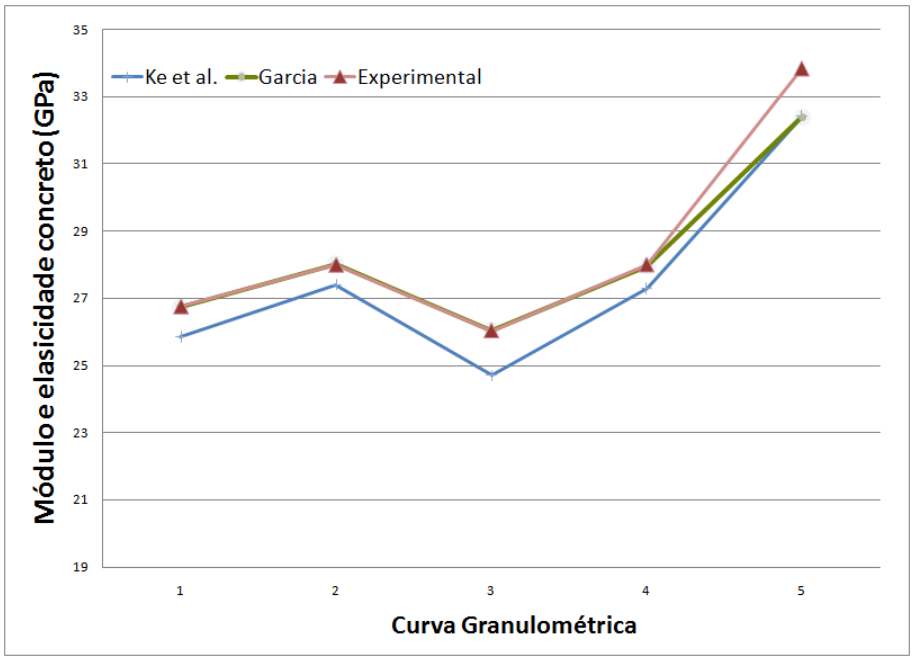


Figura 38 – Comparação para um modelo de 25% do módulo de elasticidade do concreto com o obtido experimentalmente, argamassa M10.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Para grande parte dos resultados de f_{ck} e dos módulos de elasticidade de agregados leves previstos pelo método, foi possível encontrar resultados condizentes em termos de valores e comportamento dos agregados. Ao se comparar com a metodologia utilizada no artigo de Ke (2008), em alguns casos pontuais, encontraram-se uma diferença comparativa percentual que precisa de um melhor estudo e análise dos dados de referência. Em relação ao trabalho de Chen (2003), os resultados convergiram para a maioria dos casos e apresentaram uma resolução bem próxima do esperado. Outro estudo de Nilsen et al. (1995) considerando 2 abordagens matemáticas e uma experimental foi usado para comparar com o método proposto e os resultados foram satisfatórios e se aproximaram mais da abordagem experimental do que os demais métodos utilizados.

Pelos resultados e suas análises, é possível concluir que o método proposto emerge como uma alternativa para a resolução do problema inverso em questão, já que foram utilizados modelos simples (elástico-linear e elastoplástico perfeitamente plástico) em comparação com modelos complexos e robustos utilizados na literatura. O modelo geométrico desenvolvido representa bem o corpo de prova bifásico em mesoescala e pode ser usado para a aplicação do método proposto e determinação das propriedades mecânicas dos agregados leves, com um tempo e custo reduzido e uma convergência em uma média de 3 a 10 iterações.

Outra conclusão importante é que, entre os parâmetros analisados, os mais influentes para o módulo de elasticidade e o f_{ck} do agregado são o módulo de elasticidade e o f_{ck} da argamassa. Até mesmo a relação da resistência à compressão com a granulometria dos agregados é influenciada pelo fck da argamassa. Logo, o tipo de argamassa utilizada influenciou significativamente no comportamento mecânico dos agregados para os casos analisados, o que contrapõe a conclusão de um trabalho anterior (Rossignolo, 2007) para um outro conjunto de dados. Uma melhor previsão das propriedades mecânicas dos agregados leves, traz a possibilidade de desenvolver modelos computacionais que representem melhor a realidade de um ensaio experimental, auxiliando no controle tecnológico do concreto e

possibilitando uma melhor conclusão das relações dos agregados leves em suas diversas curvas granulométricas e porcentagens, juntamente com as argamassas em suas variadas propriedades mecânicas.

Para trabalhos futuros, é interessante pontuar as seguintes considerações:

- São necessárias comparações com mais dados e métodos e uma análise estatística das incertezas para a determinação do módulo de elasticidade e fck do agregado.
- Estudo da influência do formato dos agregados, considerando agregados elipsoidais, hexagonais e/ou quadráticos.
- Implementação do volume de vazios ao modelo, para que o modelo se torne mais parecido com o real. Os agregados e a argamassa costumam apresentar índices de vazios consideráveis. Outra implementação é a consideração da ITZ.
- Considerar o desenvolvimento de um modelo 3D, baseado na formulação de Malachanne et al. (2014) e verificar a diferença com os resultados aqui encontrados.
- Desenvolvimento de uma formulação matemática que faça a previsão do módulo de elasticidade e do fck do agregado, levando em conta os principais parâmetros.
- Testar o método para outros agregados com propriedades mecânicas até então desconhecidas ou de difícil aferição.
- Implementação de um modelo termomecânico, com fins a uma análise do concreto leve às diversas temperaturas e a respectiva influência dos agregados.

REFERÊNCIAS

ABNT, 2003. NBR 6118:2003 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Associação Brasileira de Normas Técnicas.

ABNT, 2007. NBR 5739:2007 - Concreto - Ensaio de compressão de corposde-prova cilíndricos. Associação Brasileira de Normas Técnicas.

ABNT, 2008. NBR 8522:2008 - Concreto - Eensaios do módulo estático de elásticidade à compressão. Associação Brasileira de Normas Técnicas.

ABNT, 2013. NBR 9938:2013 - Agregados — Determinação da resistência ao esmagamento de agregados graúdos — Método de ensaio. Associação Brasileira de Normas Técnicas.

ABNT, 2015. NBR 8953:2015 - concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. Associação Brasileira de Normas Técnicas.

Álvaro, A. M., 2003. Método dos elementos finitos. Faculdade de Engenharia da Universidade de Porto–Portugual, 1ª edição.

Araujo, R., Rodrigues, E., Freitas, E., 2000. Materiais de construção. Editora Universidade Rural: Rio de Janeiro, Brasil, 18–22.

Arnould, Marcel; Virlogeux, M. A. M. ., et al., 1986. Granulats et bétons légers.

Baalbaki, Walid ; Aicin, P.-C. . B. G., 1992. On predicting modulus of elasticity inhigh-strength concrete. Materials Journal 89 (5), 517–520.

Bittencourt, T. N., 1999. Fraturamento do concreto estrutural: Aspectos teóricos, computacionais e experimentais, e suas aplicações. Ph.D. thesis.

Bonifácio, Aldemon L; Cunha, F. M. . M. J. C. . F. M. C. R., et al., 2014. Aplicação de um modelo bidimensional na avaliação da resistência à compressão de agregados leves.

Borges, D. C., 2015. Estudo e avaliação de uma proposta de modelagem do comportamento micromecânico do concreto.

Chandra, Satish; Berntsson, L., 2002. Lightweight aggregate concrete. Elsevier.

Chen, H.-J., 2003. Evaluating elastic modulus of lightweight aggregate.

Coutinho, A. S., 1988. Concrete production and properties.

Coutinho, J. S., 1999. Materiais de construção 1-agregados para argamassas e betões. Porto: FEUP.

Crouch, LK ; Pitt, J. . H. R., 2007. Aggregate effects on pervious portland cement concrete static modulus of elasticity. Journal of materials in civil engineering 19 (7), 561–568.

Cui, H. Z., 2007. Mechanical properties of lightweight aggregate concrete–effect of lightweight aggregate on the concrete. Ph.D. thesis, City University of Hong Kong.

Cui, HZ ; Lo, T. Y. . M. S. A. . X. W., et al., 2012. Effect of lightweight aggregates on the mechanical properties and brittleness of lightweight aggregate concrete. Construction and Building materials 35, 149–158.

da Cunha, P. C., 2005. Comportamento crítico e pós-crítico de placas dobradas. Ph.D. thesis, PUC-Rio.

de Campos Velho, H. F., 2001. Problemas inversos: conceitos básicos e aplicações.

de La Précontrainte, F. I., 1983. FIP manual of lightweight aggregate concrete. Surrey University Press.

de Souza Neto, EA ; Peri, D., 2008. c, drj owen. Computational methods for plasticity theory and applications. Printed in Singapore by Markono.

Duplan, F ; Abou-Chakra, A. . T. A. . E. G. ., et al., 2014. Prediction of modulus of elasticity based on micromechanics theory and application to low-strength mortars. Construction and Building Materials 50, 437–447.

Engl, H. W., Hanke, M., Neubauer, A., 1996. Regularization of inverse problems. Vol. 375. Springer Science & Business Media.

Evangelista, A.C.J. ; Shehata, L. . A. I., 1996. Características mecânicas de concretos leves de alta resistência com argila expandida, produzidos no brasil. In: International Congress on highperformance concrete , and performance and quality of concrete structures. pp. 170–189.

Farage, Michèle Cristina Resende ; Beaucour, A.-L. . B. L. P. d. S., et al., 2009. Multiscale modeling of the elastic moduli of lightweight aggregate concretes: numerical estimation and experimental validation. Rem: Revista Escola de Minas 62 (4), 455–462.

Fonseca, Jun ; Selk, C. . P.-L. . M. R. a. o., 2002. Ferramentas de simulação em mecânica: elementos finitos. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Gommers, Bart ; Verpoest, I. . V. H. P., 1998. The mori–tanaka method applied to textile composite materials. Acta Materialia 46 (6), 2223–2235.

Güneyisi, Erhan ; Gesoğlu, M. . Ö. T., 2004. Properties of rubberized concretes containing silica fume. Cement and Concrete Research 34 (12), 2309–2317.

Hansen, T. C., 1965. Influence of aggregate and voids on modulus of elasticity of concrete, cement mortar, and cement paste. In: Journal Proceedings. Vol. 62. pp. 193–216.

Ke, Y ; Ortola, S. . B. A. . D. H., et al., 2010. Identification of microstructural characteristics in lightweight aggregate concretes by micromechanical modelling including the interfacial transition zone (itz). Cement and Concrete Research 40 (11), 1590–1600.

Ke, Y., 2008. Caractérisation du comportement mécanique des bétons de granulats légers: expérience et modélisation. Ph.D. thesis, Cergy-Pontoise.

Ke, Y., Beaucour, A., Ortola, S., Dumontet, H., Cabrillac, R., 2009. Influence of volume fraction and characteristics of lightweight aggregates on the mechanical properties of concrete. Construction and Building Materials 23 (8), 2821–2828.

Kurugöl, Sedat ; Tanaçan, L. . E. H. Y., 2008. Young's modulus of fiber-reinforced and polymer-modified lightweight concrete composites. Construction and Building Materials 22 (6), 1019–1028.

Kuster, Guy T ; Toksöz, M. N., 1974. Velocity and attenuation of seismic waves in two-phase media: Part i. theoretical formulations. Geophysics 39 (5), 587–606.

Li, Xiaodong ; Bhushan, B., 2002. A review of nanoindentation continuous stiffness measurement technique and its applications. Materials characterization 48 (1), 11–36.

Lotti, Raquel S ; Machado, A. W. . M. Ê. T. . L. J. J., et al., 2006. Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos. R Dental Press Ortodon Ortop Facial 11 (2), 35–43.

Loubet, JL ; Georges, J. . M. O. . M. G., et al., 1984. Vickers indentation curves of magnesium oxide (mgo). Journal of tribology 106 (1), 43–48.

Lydon, F., Balendran, R., 1986. Some observations on elastic properties of plain concrete. Cement and Concrete Research 16 (3), 314–324.

Malachanne, Etienne ; Sassine, R. . G.-D. E. ., et al., 2014. Numerical model for mechanical behavior of lightweight concrete and for the prediction of local stress concentration. Construction and Building Materials 59, 180–187.

Maycá, Jeferson ; Cremonini, R. A. . R. F., 2006. Contribuição ao estudo da argila expandida nacional como alternativa de agregado graúdo para concretos leves estruturais (cle). Trabalho apresentado no Curso de Especialização em Construção Civil.

Mehta, Povindar K; Monteiro, P. J. . C. F. A., 1994. Concreto: estrutura, propriedades e materiais. Pini.

Mehta, P Kumar; Monteiro, P. J., 2008. Concreto–microestrutura, propriedades e materiais. 3ª edição. São Paulo: Pini. 673p.

Mehta, P Kumar; Monteiro, P. J., 2014. Concrete, microstructure, properties, and materials, the mcgraw-ill companies. Inc., New York.

Müller-Rochholz, J., 1979. Determination of the elastic properties of lightweight aggregate by ultrasonic pulse velocity measurement. International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete 1 (2), 87–90.

Neville, A. M., 1997. Aggregate bond and modulus of elasticity of concrete. ACI Materials Journal 94 (1), 71–74.

Nilsen, A. U., Monteiro, P. J., Gjørv, O. E., 1995. Estimation of the elastic moduli of lightweight aggregate. Cement and Concrete Research 25 (2), 276–280.

Pinheiro, Libânio M ; Muzardo, C. D. . S. S. P., et al., 2010. Estruturas de concreto–capítulo.

Pituba, J., 2003. Sobre a formulação de um modelo de dano para o concreto. São Carlos 189.

Proença, S. P. B., 1988. Sobre modelos matemáticos do comportamento não linear do concreto: análise crítica e contribuições. São Carlos. Tese (Doutorado)-Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC-USP.

Rossignolo, João Adriano; Oliveira, I. L., 2007. Efeito do metacaulim nas propriedades do concreto leve estrutural-doi: 10.4025/actascitechnol. v29i1. 87. Acta Scientiarum. Technology 29 (1), 55–60.

Rossignolo, J. A., 2009. Concreto leve estrutural: Produção, propriedades, microestrutura e aplicações. São Paulo: Pini.

Rossignolo, João Adriano; Agnesini, M. V., 2005. Concreto estrutural leve. ISAIA, GC Concreto: ensino, pesquisa e realizações. São Paulo: Ibracon.

Schwantes, C. G. G., 2012. Concreto estrutural leve: Resistência à compressão e módulo de elasticidade usando argila expandida como agregado graúdo.

Shi, Chunxiang ; Tu, Q. . F. H. ., et al., 2016. An interphase model for effective elastic properties of concrete composites. Journal of Micromechanics and Molecular Physics, 1650005.

Soriano, Humberto Lima ; Lima, S. d. S., 2003. Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas Vol. 48. EdUSP.

Stone, D ; LaFontaine, W. . A. P. ., et al., 1988. An investigation of hardness and adhesion of sputter-deposited aluminum on silicon by utilizing a continuous indentation test. Journal of Materials Research 3 (01), 141–147.

Turner, M.J.; RWC, H., 1956. Martin and lj topp. Stiffness and deflection analysis of complex structure, 805–824.

Yang, C., 1997. Approximate elastic moduli of lightweight aggregate. Cement and concrete research 27 (7), 1021–1030.

Yoon, Jin Young ; Kim, J. H. . H. Y. Y., et al., 2015. Lightweight concrete produced using a two-stage casting process. Materials 8 (4), 1384–1397.

Zanjani, Zadeh V. ; Bobko, C., 2014. Multiscale modeling of elastic properties of sustainable concretes by microstructural-based micromechanics. Journal of Composites 2014.

Zhou, FP ; Lydon, F. . B. B., 1995. Effect of coarse aggregate on elastic modulus and compressive strength of high performance concrete. Cement and Concrete Research 25 (1), 177–186.

ANEXO A

Resultados para o Modelo II - Elasto-plástico

Tabela 28 – Conjunto de dados com os resultados para o $fck_a(num)$ do agregado leve.

CP	Curva	V_a	Arg	$fck_c(exp)$	$fck_c(num)$	E_a	$fck_a(num)$
1	1	12,5	M8	36,46	36,47	6470,00	16,09
2	2	12,5	M8	39,03	38,95	8030,00	20,71
3	3	12,5	M8	37,17	37,18	7183,00	17,18
4	4	12,5	M8	38,07	38,05	10077,00	20,51
5	5	12,5	M8	42,31	42,24	20273,00	27,06
6	1	25	M8	30,81	30,78	6470,00	17,94
7	2	25	M8	33,99	33,96	8030,00	22,86
8	3	25	M8	32,18	32,09	7183,00	19,05
9	4	25	M8	35,20	35,19	10077,00	23,50
10	5	25	M8	42,00	41,95	20273,00	33,47
11	1	37,5	M8	27,16	27,19	6470,00	18,47
12	2	37,5	M8	28,63	28,62	8030,00	20,48
13	3	37,5	M8	27,80	27,80	7183,00	20,00
14	4	37,5	M8	39,14	39,05	10077,00	23,05
15	5	37,5	M8	43,12	41,23	20273,00	38,43
16	1	45	M8	24,90	24,83	6470,00	17,71
17	2	45	M8	27,80	27,72	8030,00	21,48
18	3	45	M8	25,80	25,75	7183,00	19,35
19	4	45	M8	28,80	28,86	10077,00	23,03
20	5	45	M8	42,60	42,55	20273,00	38,67
21	1	12,5	M9	56,40	56,24	7140,00	40,01
22	2	12,5	M9	50,90	50,78	9620,00	28,89
23	3	12,5	M9	45,60	45,71	8313,00	19,55
24	4	12,5	M9	55,70	55,57	11363,00	39,33
25	5	12,5	M9	59,40	59,21	25347,00	46,62
26	1	25	M9	44,21	44,18	7140,00	29,57
27	2	25	M9	36,37	36,40	9620,00	20,39
28	3	25	M9	36,41	36,52	8313,00	18,55
29	4	25	M9	50,42	50,53	11363,00	37,90
30	5	25	M9	57,69	57,51	25347,00	49,25
31	1	37,5	M9	37,30	37,24	7140,00	27,45
32	2	37,5	M9	32,80	32,72	9620,00	22,36
33	3	37,5	M9	29,70	29,64	8313,00	20,29
34	4	37,5	M9	41,70	41,61	11363,00	33,51
35	5	37,5	M9	56,20	56,03	25347,00	51,03
36	1	45	M9	33,20	33,16	7140,00	24,35
37	2	45	M9	33,60	33,62	9620,00	25,65
38	3	45	M9	30,80	30,85	8313,00	22,32
39	4	45	M9	38,40	38,39	11363,00	31,19
40	5	45	M9	50,00	49,94	25347,00	43,94
41	1	12,5	M10	70,06	70,23	9913,00	42,84
42	2	12,5	M10	64,43	64,63	11993,00	32,66
43	3	12,5	M10	62,65	62,84	9277,00	29,03
44	4	12,5	M10	70,50	70,72	12470,00	45,54
45	5	12,5	M10	81,47	81,71	29697,00	68,35
46	1	25	M10	55,60	55,50	9913,00	35,23
47	2	25	M10	50,30	50,24	11993,00	29,62
48	3	25	M10	46,40	46,38	9277,00	22,53
49	4	25	M10	59,50	59,41	12470,00	40,17
50	5	25	M10	78,00	78,21	29697,00	68,44
51	1	37,5	M10	45,15	45,02	9913,00	30,91
52	2	37,5	M10	38,92	38,90	11993,00	24,64
53	3	37,5	M10	39,39	39,27	9277,00	26,98
54	4	37,5	M10	47,59	47,52	12470,00	35,45
55	5	37,5	M10	75,40	75,20	29697,00	68,79
56	1	45	M10	42,44	42,31	9913,00	30,71
57	2	45	M10	39,51	39,52	11993,00	29,02
58	3	45	M10	33,95	33,98	9277,00	22,92
59	4	45	M10	42,27	42,21	12470,00	32,23
60	5	45	M10	73,20	73,02	29697,00	66,76