Splines variacionais na esfera

Jair Koiller

Resumo: A robótica e as ciências espaciais motivam o seguinte problema: encontrar uma curva suave, parametrizada no tempo, $\gamma(t)$, conectando dois vetores tangentes prescritos de um variedade riemanniana Q. Uma spline variacional minimiza um determinado funcional da aceleração covariante $\nabla_{\dot\gamma}\dot\gamma$. O princpio de Pontryagin produz um sistema hamiltoniano em $T^*(TQ)$. Quando tomamos $Q = S^2(r)$, a simetria $SO(3)$ permite reduzir de oito para variáveis a, v, M_1, M_2, M_3, onde v a velocidade escalar, conjugada com uma variável de coestado a e (M_1, M_2, M_3) são variáveis de coeestado satisfazendo $\{M_i, M_j\} = \epsilon_{ijk}M_k$. Derivamos as equações Hamiltonianas reduzidas para o problema de tempo mnimo e para os splines cúbicos. Este último é o funcional L^2 standard $\int_0^T |\nabla_{\dot\gamma}\dot\gamma|^2 dt$ em um intervalo de tempo fixo $[0, T]$. Para estes dois problemas, encontramos soluções analíticas especiais, que são centros organizadores para a dinâmica. A reconstrução da curva $\gamma(t)$ dada por um sistema de ODES lineares dependentes do tempo, para uma matriz ortogonal R cuja unitário da esfera. Uma versão infinito-dimensional desses problemas é dada por $Q = Diff(D)$, o grupo de difeomorfismos de um domnio D com uma métrica de Sobolev. As geodésicas destas métricas satisfazem a EDP chamada 'EPDiff' e surgem no tema da "anatomia computacional", utilizada para comparar imagens médicas. O estudo dos splines em $Diff(D)$ está apenas começando. Estes problemas também são relevantes para a área emergente das estatísticas em variedades. (trabalho em conjunto com Paula Balseiro, Teresa Stuchi e Alejandro Cabrera).