Juiz de Fora, 24 de Setembro de 2018

Resolução N°04/2018

Estabelece critérios para a realização do Exame de Qualificação Escrito de Mestrado.

O Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Matemática, no uso de suas atribuições, na reunião do dia 24 de Setembro de 2018,

Resolve:

Art.1º. Os alunos admitidos ao Mestrado devem prestar Exame de Qualificação Escrito de acordo com o Regimento do Programa de Pós-Graduação em Matemática.

Parágrafo 1. O Exame de Qualificação Escrito será oferecido nas datas definidas no Calendário Acadêmico.

Parágrafo 2. O aluno terá duas chances de realizar o Exame de Qualificação Escrito ao longo dos 12 meses contados a partir do início oficial do período letivo de ingresso do discente, nas datas que se refere o Parágrafo 1.

Parágrafo 3. Serão automaticamente desligados do Curso os alunos que não forem aprovados no Exame de Qualificação Escrito em segunda chance; neste caso, o desligamento será efetuado a partir da data do exame.

Parágrafo 4. Serão automaticamente desligados do Curso os alunos que não forem aprovados no Exame de Qualificação Escrito nos primeiros 12 meses contados a partir do início oficial do período letivo de ingresso do discente.

Parágrafo 5. Alunos com desempenho excelente poderão ser dispensados do Exame de Qualificação Escrito desde que obtenham conceito A em duas disciplinas listadas no Artigo 2, sendo vedada contabilizar duas disciplinas da mesma área.

Art. 2º O Exame de Qualificação Escrito é composto por 3 (três) módulos.

Parágrafo 1. O primeiro módulo corresponde ao programa de Introdução a Álgebra Linear.

Parágrafo 2. O aluno deverá escolher os outros 2 (dois) módulos no ato da inscrição ao Exame feita até a data definida no Calendário Acadêmico. O aluno poderá escolher entre quaisquer disciplinas do Grupo I listadas no Anexo I do Regimento, sendo vedada a escolha de duas disciplinas da mesma área.

Paragrafo 3. O conteúdo de cada módulo é descrito no Anexo I.

Art.3º. A presente Resolução entra em vigor nesta data.

ANEXO I

Conteúdo dos exames:

Álgebra Avançada

1. Grupos: Homomorfismos, normalidade e grupos quocientes, os teoremas de isomorfismos, grupos simétricos e diedrais, ações de grupos, os teoremas de Sylow.
2. Anéis: Ideais, teoremas de isomorfismos, domínios Euclidianos e de ideais principais, anéis de polinômios.
3. Corpos e Teoria de Galois: Extensões, elementos algébricos e transcendentes, extensões algébricas, normalidade e separabilidade, o teorema de Galois, grupos de Galois de polinômios.

Álgebra Comutativa

1. Anéis e Ideias: Ideais, ideais primos e maximais, operações, extensões e contração.
2. Módulos: Módulos, submódulos e módulos quocientes, módulos finitamente gerados e seqüências exatas, produto tensorial.
3. Anéis e Módulos de Frações. Localização: anéis e módulos de frações.
4. Variedades Algébricas: Variedades algébricas, teorema da base de Hilbert, decomposição de uma variedade em componentes irredutíveis, o teorema dos zeros de Hilbert, o espectro de um anel, variedades projetivas e o espectro homogêneo. Topologia de Zariski, o feixe de funções regulares de uma variedade algébrica.
5. Decomposição Primária: Decomposição Primária para anéis Noetherianos.
6. Teria de Dimensão: Dimensão de Krull para espaços topológicos e anéis, cadeias de ideais primos, dimensão de álgebras afins e variedades afins, teorema de normalização de Noether.

Análise Complexa

1. Números e funções complexas: Definição e forma polar. Funções complexas. Limites e conjuntos compactos. Derivação e as Equações de Cauchy-Riemann.
2. Séries de potências: Séries formais e convergentes. Funções analíticas.
3. Teoremas: Teorema da aplicação aberta e aplicação inversa. Princípio do Módulo Máximo.
4. Teorema de Cauchy: Funções holomorfas em conjuntos conexos. Integrais sobre caminhos. Primitivas. Teorema de Cauchy.
5. Fórmula Integral de Cauchy e aplicações: Fórmula Integral de Cauchy. Séries de Laurent. Singularidades isoladas (singularidades removíveis, pólos e singularidades essenciais).
6. Resíduos: Cálculo de resíduos e cálculo de integrais por resíduos.
7. Aplicações conformes: Lema de Schwarz. Automorfismos do Disco. Semi-plano superior. Outros exemplos.
8. Funções Harmônicas: Definição, exemplos, propriedades básicas e construção de funções harmônicas. Representação de Poisson. Os espaços de funções contínuas, analíticas e meromorfas; Teorema da uniformização de Riemann.

Análise no R^n

1. Topologia no R^n : Seqüências no R^n; Topologia; Limites e continuidade; Compacidade; Conexidade; Norma de uma transformação linear.

2. Aplicações diferenciáveis: Definição, derivadas direcionais e parciais, exemplos (funções como caso particular); Regra da Cadeia; Vetor Gradiente; Desigualdade do Valor Médio; As classes de diferenciabilidade C^k, derivadas de ordem superior e a Fórmula de Taylor;
3. Teorema da Aplicação Inversa e Teorema da Aplicação Implícita: A forma local da imersões; A forma local das submersões; Teorema do posto.
4. Integrais múltiplas: Definição, caracterização das funções (Riemann-) integráveis; Integração repetida; Mudança de variáveis;

Equações Diferenciais Ordinárias

1. Sistemas lineares; Equações diferenciais Lineares, autovalores, classificação de sistemas planares.
2. Teoremas de existência e unicidade; Dependência em relação a condições iniciais.
3. Estabilidade; Estabilidade e instabilidade assintótica de pontos de equilíbrio. Funções de Liapunov.
4. Teoria Qualitativa; Teorema de Hartman-Grobman; Teorema do fluxo tubular; Conjuntos invariantes; Teorema de Poincaré-Bendixson; campos de vetores; estrutura local de órbitas periódicas e pontos singulares.

Física Matemática I

1. Teoria de grupos: Elementos da teoria de grupos continuas. Grupos de Lie. Álgebras de Lie. Representações de um grupo de Lie e de álgebra de Lie.
2. Representações dos grupos: SU(2), de rotações, de Lorentz, de Poincaré.
3. Aplicações: Campo de calibre, elementos de teoria quântica de campos.

Geometria Diferencial

1. Curvas: Curvas regulares, comprimento de arco, fórmulas de Frénet, forma canônica local de uma curva.

2. Superfícies e aplicações diferenciáveis: Superfícies regulares, mudança de coordenadas, funções diferenciáveis, plano tangente e derivada, primeira forma fundamental, orientação.

3. Curvaturas e classificação de superfícies: Aplicação de Gauss, segunda forma fundamental, curvatura normal, direções principais e assintóticas, pontos umbílicos. Curvatura Gaussiana. Aplicação de Gauss em coordenadas locais. Superfícies de revolução. Isometrias, aplicações conformes. Teorema de Gauss.

4. Geodésicas: Transporte paralelo, derivada covariante, geodésicas. Curvatura geodésica. Teorema de Gauss-Bonnet. Aplicação exponencial, coordenadas polares geodésicas. Propriedades de geodésicas. Superfícies completas, Teorema de Hopf-Rinow.

Introdução à Álgebra Linear

1. Espaços vetoriais: Espaços vetoriais. Dualidade de espaços vetoriais.
2. Transformações lineares: Transformações lineares, Determinantes.
3. Formas canônicas: Formas racional e de Jordan.
4. Espaços com produto interno: Operadores auto-adjuntos, positivos, unitários e normais, teorema espectral.
5. Formas bilineares e quadráticas.

Introdução à Topologia Diferencial

1. Variedades e aplicações diferenciáveis; Variedades topológicas. Variedadades diferenciáveis e aplicações diferenciáveis. Espaço tangente. Variedadades com bordo. Teorema de Sard.
2. Graus, números de interseção e característica de Euler. O grau módulo 2 de uma aplicação. Orientação de variedadades. O grau de Brouwer. Campos vetoriais e o Teorema de Poincaré-Hopf.

Introdução à Modelagem Matemática

1. Parte 1: Noções de Modelagem. Princípios básicos (o que é um modelo, porque modelar, objetivos e requisitos); Metodologia: etapas (identificação, formulação e solução); Tipos de modelos (determinísticos, estatístico, estocástico), Modelos discretos e contínuos, Processos de modelagem; Noções de cálculo vetorial e tensorial; Significado físico dos operadores gradiente, divergente, rotacional e laplaciano;
2. Parte 2: Leis de Conservação. Equações escalares; Solução fraca; Curvas características; Eq. de Burgers; Choques e Rankine-Hugoniot Locus; Problema de Riemann; Solução entrópica (T. de entropia de Lax, T. de entropia de Oleynik); Rarefações; Sistema de Equações Hiperbólicas Lineares; Sistemas não Lineares (fluxo isotérmico).
3. Parte 3: Aplicações. Serão tratados um dos exemplos reais de modelagem: 1. Equações gerais do escoamento; Lei de Darcy; Lei de Fick; Exemplos envolvendo todas as etapas de modelagem. 2. Modelos do tipo Predador-Presa; Modelos SIR; Exemplos envolvendo todas as etapas de modelagem.

Medida e Integração

1. 1.Medida de Lebesgue: Espaços com medida. Funções mensuráveis.
2. Integral de Lebesgue: Teoremas de convergência. Teorema de Radon-Nykodin.
3. Diferenciação: Diferenciação de uma integral. Funções Monótonas e de variação limitada. Lema de Vitali.
4. Espaços Lp: Desigualdades de Holder e Minkowski. Teorema de Riesz-Fischer e Teorema de representação de Riesz.
5. Outras Medidas: Medida Exterior. Extensão de medidas. Medida Produto: Teorema de Fubini. Outros Tópicos.

Otimização

1. Otimização: Otimização sem restrições. Condições de otimalidade e convexidade.
2. Algoritmo: O conceito de algoritmo como multiplicação.
3. Convergência: Teorema global de convergência. Velocidade de convergência.
4. Métodos de busca: Métodos de busca unidimensional.
5. Métodos Iterativos: Métodos clássicos: Gradiente e Newton; Métodos usando direções conjugadas: Quase-Newton e Gradiente conjugado; Métodos de região de confiança.

Probabilidade e Inf. Estatística I

1. Probabilidade: Definições, Propriedades, Probabilidade condicional e independência. Variáveis aleatórias, Principais distribuições de probabilidade. Vetores aleatórios. Esperança: Definição, Propriedades, Momentos, Variância e Funções geradoras. Distribuição e esperança condicionais. Distribuições de transformações de vetores aleatórios.
2. Inferência Estatística: Conceitos básicos, estimação, testes de hipóteses, e outros problemas da inferência clássica. Métodos de estimação: momentos e máxima verossimilhança e aplicações. Critérios para avaliação de estimadores. Intervalos de confiança: conceituação, interpretação e construção. Testes de hipóteses: testes para média e variância em populações normais.

Topologia Geral

1. Espaços topológicos e funções contínuas: Espaços e subespaços topológicos. Conjuntos fechados e pontos limite. Funções contínuas e homeomorfismos. Topologia produto, topologia da métrica, topologia quociente.
2. Conexidade e compacidade; Espaços conexos, localmente conexos e conexos por caminhos, componentes conexas. Espaços compactos e localmente compactos. Teorema de Tychonoff, compactificação.
3. Enumerabilidade e separação: Axiomas de enumerabilidade e separação, Lema de Urysohn, extensão de funções contínuas.
4. Espaços métricos completos e espaços de funções: Espaços métricos completos, compacidade de espaços métricos, convergência pontual, topologia compacto-aberta, Teorema de Ascoli.

Membros do Colegiado

Prof. Dr. Grigori Chapiro
Coordenador do
Mestrado Acadêmico em Matemática

Prof. Dr. Olimpio Hiroshi Miyagaki
Vice Coordenador do
Mestrado Acadêmico em Matemática

Prof. Dr. Laércio José dos Santos

Prof. Dr. Willian Versolati França

Prof. Dr. Renato Vidal da Silva Martins
Representante da UFMG

Edinéia dos Santos Brizola Brum
Representante do corpo discente