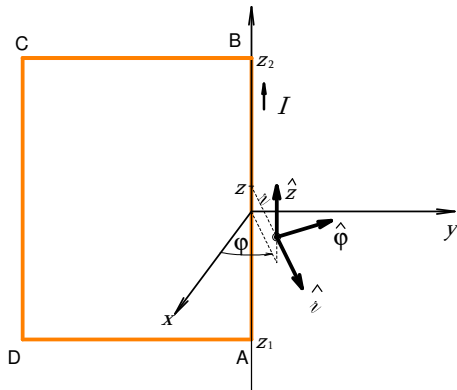


## 7.2 Aplicações da lei de Biot-Savart e a unidade ampère

Vamos utilizar a lei de Biot-Savart, na forma válida para fios finos, para calcular o campo magnético gerado por corrente para alguns casos simples.



### Exemplo 1: Espira retangular e fio reto.

Primeiramente analisaremos uma malha retangular como aquela das experiências das figuras 7.1.4 – 7.1.6. A figura 7.2.1 mostra este tipo de malha, junto com um sistema de coordenadas cartesianas e com um de coordenadas cilíndricas.

Fig. 7.2.1 Espira retangular com um sistema de coordenadas cilíndricas.

Uma corrente  $I$  nesta espira gera um campo magnético, cujo valor é a soma de quatro contribuições  $\vec{B}_{AB}$ ,  $\vec{B}_{BC}$ ,  $\vec{B}_{CD}$ ,  $\vec{B}_{DA}$  geradas pelos quatro lados correspondentes do retângulo. Vamos calcular a contribuição do lado AB:

$$\vec{B}_{AB}(\boldsymbol{r}, \varphi, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz_I \hat{z} \times (\boldsymbol{r} \hat{r} + z \hat{z} - z_I \hat{z})}{\left(\boldsymbol{r}^2 + (z - z_I)^2\right)^{3/2}} \quad (7.2.1)$$

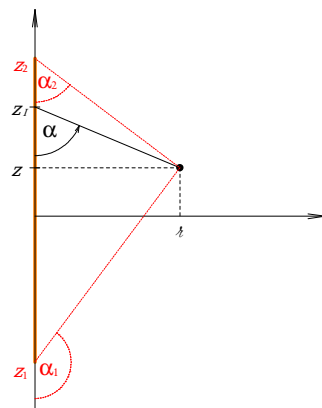
O produto vetorial é facilmente calculado:

$$\vec{B}_{AB}(\boldsymbol{r}, \varphi, z) = \hat{\varphi} \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz_I \boldsymbol{r}}{\left(\boldsymbol{r}^2 + (z - z_I)^2\right)^{3/2}} \quad (7.2.2)$$

Já vimos este tipo de integral na seção 1.6 na hora de calcular o campo elétrico gerado por um palito uniformemente carregado. Esta integral pode ser calculada com uma substituição trigonométrica. A figura 7.2.2 ilustra a interpretação geométrica desta substituição;  $\cot \alpha = (z_I - z) / \boldsymbol{r}$ . A diferencial da nova variável de integração se relaciona com a diferencial da variável original da seguinte forma

$$-\frac{d\alpha}{(\sin \alpha)^2} = \frac{dz_I}{\boldsymbol{r}}$$

Fig. 7.2.2 Interpretação geométrica da substituição de variáveis de integração  $\cot \alpha = (z_I - z) / \boldsymbol{r}$ .



Criando mais dois fatores de  $\boldsymbol{r}$  no numerador do integrando obtemos com o denominador um belo  $(\sin \alpha)^3$ . Então tudo fica muito simples:

$$\begin{aligned}
\vec{B}_{AB}(\boldsymbol{r}, \varphi, z) &= \hat{\phi} \frac{\mu_0}{4\pi r} I \int_{z_1}^{z_2} \frac{r r r}{\left(r^2 + (z - z_I)^2\right)^{3/2}} \frac{dz_I}{r} = \\
&= -\hat{\phi} \frac{\mu_0}{4\pi r} I \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{(\sin \alpha)^3}{(\sin \alpha)^2} d\alpha = -\hat{\phi} \frac{\mu_0}{4\pi r} I \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \quad (7.2.3) \\
&= \hat{\phi} \frac{\mu_0}{4\pi r} I \{\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1\}
\end{aligned}$$

Então temos

$$\vec{B}_{AB}(\boldsymbol{r}, \varphi, z) = \hat{\phi} \frac{\mu_0}{4\pi r} I \left\{ \frac{z_2 - z}{\sqrt{(z_2 - z)^2 + r^2}} - \frac{z_1 - z}{\sqrt{(z_1 - z)^2 + r^2}} \right\} \quad (7.2.4)$$

As contribuições dos outros três lados da espira podem ser calculadas com o mesmo método. Porém, para cada um destes cálculos, um sistema de coordenadas específico deve ser usado. Por exemplo, para a contribuição do lado BC deve-se usar um sistema de coordenadas cilíndricas com o segmento BC no eixo  $z$  deste sistema. Na hora de somar as quatro contribuições, isto resulta numa bela complicação geométrica com quatro vetores básicos  $\hat{\phi}_{AB}$ ,  $\hat{\phi}_{BC}$ ,  $\hat{\phi}_{CD}$ ,  $\hat{\phi}_{DA}$  diferentes. Somente no centro do retângulo a situação é simples. Neste ponto os quatro vetores básicos coincidem.

Há ainda uma outra possibilidade de escapar da tarefa árdua de ter que formar uma combinação linear dos quatro vetores  $\hat{\phi}_{AB}$ ,  $\hat{\phi}_{BC}$ ,  $\hat{\phi}_{CD}$ ,  $\hat{\phi}_{DA}$ . Podemos considerar um retângulo infinitamente grande. Para os módulos das contribuições BC, CD e DA vale

$$|\vec{B}_{BC}| \leq \frac{\mu_0}{4\pi r_{BC}} |I|, \quad |\vec{B}_{CD}| \leq \frac{\mu_0}{4\pi r_{CD}} |I|, \quad |\vec{B}_{DA}| \leq \frac{\mu_0}{4\pi r_{DA}} |I|, \quad (7.2.5)$$

Nestas desigualdades,  $r_{BC}$ ,  $r_{CD}$  e  $r_{DA}$  são as distâncias do ponto onde calculamos o valor do campo até as retas definidas pelos respectivos pares de pontos BC, CD e DA. Então se mandarmos os vértices do retângulo para o infinito, as contribuições dos lados BC, CD e DA tendem a zero. Neste caso obtemos o campo magnético gerado por um fio reto infinitamente comprido somente com a contribuição do lado AB:

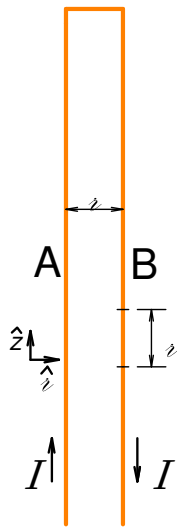
$$\vec{B}(\boldsymbol{r}, \varphi) = \lim_{\substack{z_2 \rightarrow \infty \\ z_1 \rightarrow -\infty}} \vec{B}_{AB}(\boldsymbol{r}, \varphi, z) \quad (7.2.6)$$

O limite da expressão em colchetes na (7.2.4) vale 2. Então obtemos para o campo de um fio infinito:

$$\boxed{\vec{B}(\boldsymbol{r}, \varphi) = \hat{\phi} \frac{\mu_0}{2\pi r} I} \quad (7.2.7)$$

Então a lei de Biot-Savart realmente resultou numa dependência do tipo  $\sim 1/r$ , de acordo com o resultado experimental. Notamos o fato curioso de que no denominador aparece justamente o comprimento de arco de um círculo completo de raio  $r$ . Na seção 7.4 entenderemos este fato melhor.

Fig. 7.2.3 Fios paralelos com corrente  $I$ . Está marcado um segmento no fio B cujo comprimento iguala a distância entre os fios.



O resultado (7.2.7) tem uma aplicação importante. Imagine dois fios retos muito compridos esticados paralelamente. Injetamos uma corrente de mesmo módulo nos dois fios. A igualdade dos módulos da corrente pode ser garantida de forma muito simples usando a corrente que sai de um fio para alimentar o outro. Isto é especialmente simples usando correntes fluindo em sentidos contrários. A figura 7.2.3 mostra um arranjo deste tipo. No limite de fios infinitamente compridos, a corrente que sobe no fio A gera um campo magnético no local do fio B que é dado pela fórmula (7.2.7). Com este campo podemos calcular a força magnética que atua sobre o fio B. Bem, na verdade não faz sentido falar da força sobre o fio B, pois com um fio infinitamente comprido esta será simplesmente infinitamente grande. Mas podemos calcular a força que atua sobre uma parte de comprimento  $\ell$  do fio B. Para não introduzirmos mais um parâmetro na experiência, vamos escolher o comprimento considerado igual à distância  $\hat{x}$ . Com a

fórmula (6.6.10) e com  $\vec{\ell} = -\hat{z}\ell$  obtemos para esta força

$$\vec{F} = I(-\hat{z}) \times \hat{\phi} \frac{\mu_0}{2\pi} I \quad (7.2.8)$$

A nossa escolha de considerar a força sobre um pedaço de comprimento igual à distância dos fios leva a um cancelamento do parâmetro  $\ell$ . O produto vetorial  $(-\hat{z}) \times \hat{\phi}$  é igual ao  $\hat{x}$ . Então o resultado é

$$\vec{F} = \hat{x} I^2 \frac{\mu_0}{2\pi} \quad (7.2.9)$$

Percebemos que o único parâmetro que pode ser escolhido na experiência e que influencia no módulo desta força é a corrente. Isto permite definir um padrão de corrente que é unicamente atrelado aos padrões da mecânica.

Os padrões da mecânica que permitem definir as unidades de todas as grandezas da mecânica são os padrões de comprimento, de duração temporal e de massa. Com estes podemos definir a unidade Newton. Então podemos agora definir uma unidade de corrente que não é mais baseada numa quantidade de matéria depositada numa eletrólise, mas que tem uma ligação direta com a mecânica. Já que a teoria eletromagnética é uma teoria das forças e portanto uma que complementa a mecânica, parece uma escolha racional basear um padrão de corrente na unidade Newton.

Resta escolher os detalhes. Uma possível escolha natural seria definir uma unidade de corrente de tal forma que a corrente  $I = 1$  unidade de corrente na experiência descrita resulte na força  $\vec{F} = \hat{x} 1 \text{ N}$ . Mas não se usa esta unidade de corrente por duas razões: A primeira é que este valor de corrente seria gigantesco. E a segunda é que é bom ter uma unidade que não fique muito longe daquela antiga unidade que era definida pela taxa de deposição de prata numa eletrólise. Por esta razão se adotou desde 1948 como unidade Ampère aquela corrente que na experiência descrita resultaria numa força de  $\vec{F} = \hat{x} 2 \times 10^{-7} \text{ N}$ . O valor  $2 \times 10^{-7} \text{ N}$  é um valor simples, ou seja, não possui um número enorme de dígitos que precisam ser decorados, e por sorte leva a um valor de

corrente que fica razoavelmente próximo do antigo ampère, que é a corrente que deposita 1,118 mg de prata por segundo numa eletrólise de prata.

Então temos a definição de ampère válida desde 1948:

1 A é a corrente que provoca num segmento de comprimento  $r$  de um fio reto infinitamente comprido de diâmetro desprezível uma força de  $2 \times 10^{-7}$  N quando este fio com esta corrente estiver paralelamente posto numa distância  $r$  do centro de um fio reto infinitamente comprido que também leva este mesmo valor de corrente estacionária.

Naturalmente não podemos realizar esta idealização de fios infinitos, mas a partir desta definição pode-se calcular uma força para uma situação experimental realista que permite estabelecer um padrão de corrente.

Com esta definição de Ampère a constante de proporcionalidade  $\mu_0$  fica com o seguinte valor:

$$\mu_0 = \frac{2 \times 10^{-7} \text{ N} \times 2\pi}{\text{A}^2} \quad (7.2.10)$$

Nos cálculos do eletromagnetismo usaremos geralmente as unidades volt, ampère, metro e segundo. Temos  $J = \text{Nm} = \text{VA s}$ . Então podemos substituir o newton pelo  $\text{VA s m}^{-1}$  e obtemos

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{V s}}{\text{A m}} \quad (7.2.11)$$

É interessante ver como se encaixa esta definição da unidade ampère nos desenvolvimentos modernos da física. Os três padrões básicos da mecânica eram definidos de tal forma que eles se relacionassem de forma simples com os objetos relevantes da vida humana: o metro era definido de tal forma que a circunferência da Terra tenha  $4 \times 10^7$  m, o segundo é uma duração tal que um dia tenha  $24 \times 60 \times 60$  s e o quilograma é a massa de um corpo de  $10^{-3} \text{ m}^3$  de água. Mas, como uma comparação de uma distância com a circunferência da Terra não pode ser efetuada com grande precisão criou-se uma barra métrica cujo comprimento corresponde aproximadamente à distância da ideia original. O mesmo acontece com o quilograma. Um litro de água não consegue ser reproduzido com grande precisão. Então se criou um bloco metálico que representa a massa de um quilograma<sup>1</sup>.

A física moderna trouxe a possibilidade de melhorar a qualidade dos padrões de tempo e de distância enormemente. Hoje se define o segundo como a duração de um determinado número de oscilações de um determinado tipo de átomo numa determinada transição entre níveis quânticos. Isto permite uma reprodutibilidade do padrão de tempo na faixa de uma parte em  $10^{15}$  e os especialistas estão trabalhando para melhorar isto chegando numa precisão de uma parte em  $10^{18}$ .

Com a Teoria da Relatividade ficou claro que distâncias espaciais podem ser medidas com relógios. Correspondentemente o padrão de metro se tornou simplesmente

<sup>1</sup> O *international prototype kilogram* é um cilindro de 39,17 mm altura e 39,17 mm de diâmetro feito de 90% (massa) de Platina e 10% (massa) de Irídio. Este padrão foi criado em 1889.

desnecessário; o segundo já é um padrão de distância espacial. O metro pode simplesmente ser definido como  $1\text{m} = 1\text{s}/299792458$ .

Ficou ainda o antigo quilograma. Mas, pela física quântica, em princípio o padrão de massa se tornou tão desnecessário quanto o padrão de distância. Na teoria quântica se percebe que um valor de massa corresponde de forma única a uma determinada frequência de oscilação. Então  $\text{s}^{-1}$  já é um padrão de massa. Mas, para massas macroscópicas, a frequência correspondente é tão elevada que ela não pode ser medida. Por esta razão um padrão macroscópico de massa continua um objeto extremamente útil.

Mas aquele antigo padrão de quilograma feito com um bloquinho de uma liga de platina e irídio, que fica guardado em Paris, é uma penúria. Átomos difundem para dentro deste bloco e a massa não fica constante. Seria muito desejável poder atrelar quanticamente um padrão macroscópico de massa ao  $\text{s}^{-1}$ . Isto é de fato possível invertendo o espírito da definição do ampère que acabamos de formular. A ideia desta definição era de amarrar o padrão da corrente nos padrões da mecânica. Mas podemos fazer o inverso. Resulta que existem fenômenos quânticos que permitem estabelecer padrões muito precisos das grandezas elétricas. Já vimos que o efeito Hall quântico permite a realização de um padrão muito preciso de resistência elétrica. Há um outro efeito quântico, o efeito Josephson, que permite relacionar uma diferença de potencial elétrico de forma muito precisa com uma frequência de oscilação. Então poder-se-ia definir o ampère de forma quântica e usar a definição dada acima não como do ampère, mas como uma definição da unidade newton. Depois se pode definir o quilograma a partir do newton.

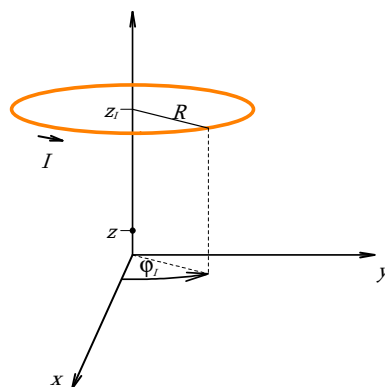
Atualmente grandes esforços são feitos no sentido de aumentar a precisão dos procedimentos da realização destes padrões. É bem possível que no futuro próximo a definição de quilograma será mudada. Neste novo esquema um quilograma seria aquela massa que precisa de  $1\text{N}$  para provocar uma aceleração de  $1\text{ms}^{-2}$ , e nesta definição  $1\text{N}$  seria dado pela seguinte definição:

1 N é a força que atua num segmento de comprimento  $\ell$  de um fio reto infinitamente comprido de diâmetro desprezível quando este fio com uma corrente de  $\sqrt{0,5 \times 10^7}\text{A}$  estiver paralelamente posto numa distância  $\ell$  do centro de um fio reto infinitamente comprido que também leva este mesmo valor de corrente estacionária.

Nesta definição, o ampère seria uma unidade mais básica do que o newton e  $1\text{A}$  seria definido através de um procedimento experimental que envolve o efeito Hall quântico e o efeito Josephson. Na prática, esta definição de quilograma não usa literalmente esta definição com uma força magnética entre dois fios, mas uma combinação de uma experiência com força magnética e uma com uma eletromotância magnética. No capítulo 8 descreveremos mais detalhes desta medida.

### Exemplo 2: Anel

Fig. 7.2.4 Corrente  $I$  circulando num anel com sistema de coordenadas com o plano  $xy$  paralelo ao plano do anel e com o eixo  $z$  como eixo de simetria do anel.



Depois deste passeio pelas possibilidades fantásticas da física moderna, voltaremos aos exemplos de aplicação da lei de Biot-Savart. O próximo exemplo é uma espira circular. Neste caso a integral da lei de Biot-Savart para um ponto genérico resulta numa integral elíptica, algo complicado que não vamos discutir aqui. Mas para pontos no eixo de simetria da espira a integração é ainda simples, e vamos considerar somente estes pontos. Então imagine um anel condutor de raio  $R$  no qual circula uma corrente  $I$ . Vamos usar um sistema de coordenadas de tal forma que o anel fique paralelo ao plano  $x$ - $y$  com o eixo de coordenada  $z$  passando pelo centro do anel. Isto significa que os pontos do anel numa descrição por coordenadas cilíndricas têm a forma  $\langle R, \varphi_I, z_I \rangle$  com  $\varphi_I \in [0, 2\pi]$  e  $z_I = \text{constant}$ . Escolho o sentido positivo da corrente no mesmo sentido dos vetores  $\hat{\varphi}_I$ . Vamos descrever a curva do anel de forma paramétrica usando o ângulo  $\varphi_I$  como parâmetro de curva. Quando avançamos com  $\varphi_I$  um valor infinitesimal  $\delta\varphi_I$  geramos um vetor infinitesimal de deslocamento  $\delta\vec{\ell} = \hat{\varphi}_I R \delta\varphi_I$ . Então a integral da lei de Biot-Savart para um ponto no eixo  $z$  é

$$\vec{B}(x=0, y=0, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{I R \hat{\varphi}_I \times (z \hat{z} - z_I \hat{z} - R \hat{\varphi}_I)}{\left( (z - z_I)^2 + R^2 \right)^{3/2}} d\varphi_I \quad (7.2.12).$$

Com  $\hat{\varphi}_I \times \hat{z} = \hat{\varphi}_I$  e  $\hat{\varphi}_I \times \hat{\varphi}_I = -\hat{z}$  obtemos duas integrais:

$$\vec{B}(0,0, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I R}{\left( (z - z_I)^2 + R^2 \right)^{3/2}} \left\{ \underbrace{\left( z - z_I \right) \int_0^{2\pi} \hat{\varphi}_I d\varphi_I}_{=0} + R \hat{z} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\varphi_I}_{=2\pi} \right\} \quad (7.2.13).$$

Então o resultado é

$$\vec{B}(0,0, z) = \hat{z} \frac{\mu_0}{2} \frac{I R^2}{\left( (z - z_I)^2 + R^2 \right)^{3/2}} \quad (7.2.14)$$

É interessante ver o comportamento desta função para grandes distâncias do anel:

$$\vec{B}(0,0, z) \xrightarrow{R \ll |z - z_I|} \hat{z} \frac{\mu_0}{2} \frac{I R^2}{|z - z_I|^3} \quad (7.2.15)$$

Se multiplicarmos em cima e embaixo por  $\pi$ , obtemos no numerador a área da espira. O valor da área multiplicado por  $I$  e pelo vetor unitário  $\hat{z}$  resulta justamente no vetor de dipolo magnético da espira. Então podemos escrever o resultado na forma

$$\vec{B}(0,0, z) \xrightarrow{R \ll |z - z_I|} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{m}}{|z - z_I|^3} \quad (7.2.16)$$

Olhem somente este resultado! A analogia com o dipolo elétrico não se restringe à fórmula do torque. Compare este resultado com a fórmula (1.5.16), a qual repito aqui expressando a antiga constante de proporcionalidade  $k$  da eletrostática pelo  $1/4\pi\epsilon_0$ :

$$\vec{E}(0,0, z) \xrightarrow{d \ll |z - z_d|} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{|z - z_d|^3} \quad (7.2.17)$$

Para tornar a antiga fórmula (1.5.16) ainda mais parecida com a (7.2.16) permiti que o dipolo estivesse fora da origem numa altura  $z_d$  do eixo  $z$ . Pode-se mostrar que esta analogia vale não apenas para o comportamento assintótico do campo no eixo  $z$ , mas para qualquer ponto suficientemente longe da espira. Na seção 3.3 calculamos o campo de um dipolo elétrico num ponto genérico. O resultado era

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ 3 \frac{((\vec{r} - \vec{r}_p) \cdot \vec{p})}{|\vec{r} - \vec{r}_p|^5} (\vec{r} - \vec{r}_p) - \frac{\vec{p}}{|\vec{r} - \vec{r}_p|^3} \right\} \quad (7.2.18)$$

Pode-se mostrar que o campo magnético de uma espira circular de raio  $R$  com vetor dipolo magnético  $\vec{m}$  cujo centro se encontra na posição  $\vec{r}_m$  tem assintoticamente a forma do campo de dipolo:

$$\vec{B}(\vec{r}) \xrightarrow{R \ll |\vec{r} - \vec{r}_m|} \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ 3 \frac{((\vec{r} - \vec{r}_m) \cdot \vec{m})}{|\vec{r} - \vec{r}_m|^5} (\vec{r} - \vec{r}_m) - \frac{\vec{m}}{|\vec{r} - \vec{r}_m|^3} \right\} \quad (7.2.19).$$

### Exemplo 3: Solenoide cilíndrico

O terceiro exemplo é uma extensão do exemplo do anel. No lugar de um único anel vamos imaginar muitos anéis empilhados. Na prática se realiza esta configuração de forma aproximada enrolando fio com uma fina camada de verniz densamente num tubo. A todo rigor isto não é exatamente um empilhamento de anéis, mas podemos imaginar que o pequeno deslocamento de um diâmetro de fio não faça muita diferença. A figura 7.2.5 mostra uma imagem deste tipo de arranjo. Os técnicos chamam este tipo de objeto de *solenoide* ou, mais precisamente, de *solenoide cilíndrico*.



Fig. 7.2.5 Solenoide formado por um arame de cobre envernizado densamente enrolado num tubo de PVC.

Poder-se-ia calcular o valor do campo num ponto do eixo de simetria somando muitos termos do tipo da fórmula (7.2.14) com diversos valores de  $z_I$ . Mas é ainda mais prático se usarmos uma aproximação contínua. No lugar de um anel feito por uma espira do enrolamento vamos usar um anel feito de um intervalo infinitesimal  $\delta z_I$  que leva uma corrente  $\delta i = n I \delta z_I$  sendo  $n$  a densidade de espiras e  $I$  a corrente injetada no solenoide. Se o solenoide tem  $N$  espiras uniformemente enroladas num comprimento  $c$ , a densidade de espiras é  $n = N / c$ . Com esta aproximação contínua, o valor do campo no ponto com

coordenadas  $\langle 0, 0, z \rangle$  é a integral

$$\vec{B}(0, 0, z) = \hat{z} \frac{\mu_0}{2} \int_{z_a}^{z_b} \frac{n I R^2}{((z - z_I)^2 + R^2)^{3/2}} dz_I \quad (7.2.20).$$

$z_a$  e  $z_b$  são as coordenadas  $z$  do início e fim do solenoide. De novo encontramos uma integral do tipo “palito uniformemente carregado”, que pode ser calculada com uma

substituição trigonométrica de variáveis:  $\cot(\alpha) = (z_l - z) / R$ . A figura 7.2.6 mostra a interpretação geométrica desta substituição. Com esta substituição obtemos

$$\begin{aligned} \vec{B}(0,0,z) &= \hat{z} \frac{\mu_0}{2} \int_{z_a}^{z_b} \frac{n I R^2 R}{\left((z - z_l)^2 + R^2\right)^{3/2}} \frac{dz_l}{R} = \\ &= -\hat{z} \frac{\mu_0 n I}{2} \int_{\alpha_a}^{\alpha_b} \sin(\alpha) d\alpha = \hat{z} \frac{\mu_0 n I}{2} \left\{ \cos(\alpha_b) - \cos(\alpha_a) \right\} \end{aligned} \quad (7.2.21)$$

Este resultado se reduz a uma expressão especialmente simples quando tomamos o limite  $z_b \rightarrow \infty$ ,  $z_a \rightarrow -\infty$  para descrever aproximadamente o campo na parte central de um solenoide muito comprido ( $c \gg R$ ). Neste limite o fator dos cossenos cancela o 2 do denominador:

$\text{solenóide infinitamente comprido} \quad \vec{B}(0,0,z) = \hat{z} \mu_0 n I \quad (7.2.22)$

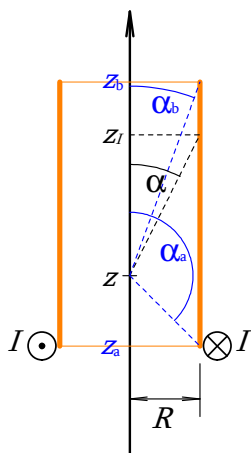
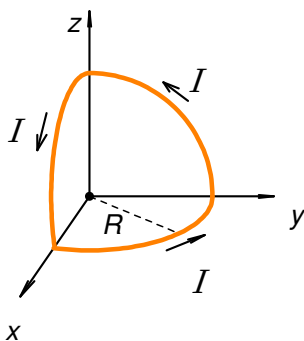


Fig. 7.2.6 Ilustração da substituição de variáveis  $\cot(\alpha) = (z_l - z) / R$ .

### Exercícios

Fig 7.2.7 Espira composta de três arcos circulares.

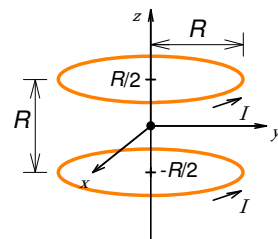


**E 7.2.1:** Uma espira condutora que leva uma corrente  $I$  consiste de três arcos circulares de raio  $R$  como mostrado na figura 7.2.7. Os arcos ficam nos planos  $xy$ ,  $yz$  e  $zx$  e se conectam entre si nos eixos de coordenadas. Calcule o campo magnético gerado na origem de coordenadas. Escreva o resultado em forma vetorial.

Fig. 7.2.8 Bobinas de Helmholtz →

**E 7.2.2:** Hermann von Helmholtz inventou um arranjo de bobinas que produz um

campo magnético razoavelmente uniforme dentro de um determinado volume. Este arranjo consiste em dois anéis paralelos cuja distância é igual ao raio dos anéis e com a mesma corrente fluindo nos anéis no mesmo sentido como mostra a figura 7.2.8. (a) Mostre que as derivadas





$\partial B_z / \partial z$ ,  $\partial^2 B_z / \partial z^2$  e  $\partial^3 B_z / \partial z^3$  da componente  $z$  do campo magnético são zero no centro do arranjo, isto é, na origem do sistema de coordenadas da figura. **(b)** Calcule o valor do campo gerado neste ponto para o caso de  $I = 100$  A e  $R = 20$  cm.

**E 7.2.3:** Há um arranjo de anéis parecido com o arranjo das bobinas de Helmholtz. A diferença está no sentido da corrente e na distância dos anéis. Neste arranjo, conhecido como bobinas de Maxwell, a corrente dos dois anéis tem o mesmo módulo, mas sentidos opostos e a distância dos anéis vale  $\sqrt{3}R$ . Mostre que no centro do arranjo vale  $\vec{B}(0,0,0) = 0$ ,  $\partial B_z / \partial z \neq 0$ ,  $\partial^2 B_z / \partial z^2 = 0$ ,  $\partial^3 B_z / \partial z^3 = 0$ .

**E 7.2.4:** Um disco de raio  $R$  gira em torno do seu eixo de simetria com velocidade angular  $\omega$ . O disco é feito de um material isolante e uma densidade superficial uniforme de carga elétrica  $\sigma$  foi depositada neste disco. A carga em movimento giratório gera um campo magnético. Calcule os valores deste campo para pontos no eixo de rotação do disco.

**E 7.2.5:** Com a definição da unidade ampère dada nesta seção, a carga elementar tem o valor de  $e = 1,602.176.565(35) \times 10^{-19}$  As. A massa atômica da prata vale  $107,8682(2)$  Da. Um Dalton tem a massa de  $1,660539040(20) \times 10^{-27}$  kg. Calcule quanta massa de prata é depositada durante um segundo numa eletrólise de prata com uma corrente de 1 A. Compare este valor com a massa de prata da antiga definição de Coulomb válida entre 1904 e 1948.