

4.3 A carga elementar

Na seção 4.1 mencionamos quatro aplicações dos capacitores. Há ainda uma quinta aplicação que usa especificamente os capacitores de placas paralelas. Eles fornecem um método muito simples de criar uma região com um campo elétrico uniforme e muito bem conhecido. Harvey Fletcher¹ e Robert Andrews Millikan² usaram este método para medidas de carga elétrica e encontraram um resultado de fundamental importância³.



O equipamento de Fletcher-Millikan (Fig. 4.3.1) contém um capacitor de placas paralelas horizontais. A figura 4.3.2 mostra os detalhes esquematicamente.

Fig. 4.3.1 Equipamento de Fletcher-Millikan. No lado esquerdo aparecem partes de um microscópio (preto) e um balão de borracha (cinza claro) usado para borrifar uma névoa de gotas de óleo. Há fios elétricos para aplicar uma diferença de potencial num capacitor dentro do equipamento. A casca externa do aparato serve para controlar a temperatura do espaço interno. (Imagem da Wikipedia)

Acima de um capacitor de placas paralelas há um pulverizador de óleo. O experimentador aperta um balão de borracha e cria uma névoa de óleo. Na placa superior do capacitor há um pequeno furo. Com alguma sorte umas gotículas de óleo atravessam este furo e ficam no campo de visão de um microscópio instalado lateralmente. Dentro da óptica do microscópio há uma escala transparente cuja imagem virtual aparece no local das gotas. A figura 4.3.3 mostra uma imagem da escala com algumas gotas, que aparecem como pontinhos claros. A escala total tem apenas

0,98 mm de altura. As gotículas de óleo têm tipicamente diâmetros de alguns micrômetros. Algumas das gotas estão eletricamente carregadas. O carregamento de uma gota pode acontecer naturalmente quando a gota se separa do restante do líquido. Pode-se também instalar uma fonte de radiação ionizante para aumentar o número de gotas carregadas.

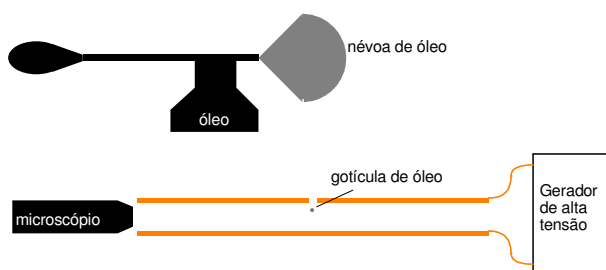


Fig. 4.3.2 Representação esquemática dos

elementos essenciais do Equipamento de Fletcher-Millikan.

Inicialmente o capacitor está descarregado e as gotas caem no campo gravitacional da Terra. Logo depois de avistar as gotas, o experimentador liga alguns kV nas placas do capacitor e regula esta tensão de tal forma que a força elétrica que atuará sobre uma das

¹ Fletcher, Harvey (June 1982). "My Work with Millikan on the Oil-drop Experiment". *Physics Today* 43.

² 22/03/1868 – 19/12/1953 Além da famosa experiência das gotículas de óleo, Millikan examinou o efeito fotoelétrico exaustivamente e mostrou que certas radiações energéticas tinham uma fonte extraterrestre. Foi ele que inventou o nome "raios cósmicos" para esta radiação.

³ Millikan, R. A. (1913). "On the Elementary Electric charge and the Avogadro Constant". *Phys. Rev.* 2 (2): 109–143. Bibcode:1913PhRv....2..109M.doi:10.1103/PhysRev.2.109

gotas com carga cancele aproximadamente a força gravitacional. Então o experimentador mantém esta gota equilibrada e deixa as demais gotas sumirem. Depois ele executa várias medidas com a gota escolhida; ele desliga o campo elétrico e mede a velocidade de queda da gota no campo gravitacional. Esta velocidade permite determinar o raio da gota. Esta velocidade é determinada pela condição de que a força de atrito viscoso com o ar cancele a soma da força gravitacional e do empuxo do ar:

$$g (\rho_{\text{óleo}} - \rho_{\text{ar}}) \frac{4\pi}{3} r^3 = 6\pi\eta r v_0 \quad (4.3.1)$$

onde $\rho_{\text{óleo}}$ e ρ_{ar} são a densidade do óleo e ar respectivamente, r é o raio da gota, η a viscosidade do ar e v_0 a velocidade de queda da gota sem campo elétrico. Os parâmetros $\rho_{\text{óleo}}$, ρ_{ar} e η são conhecidos e a medida da velocidade v_0 permite determinar o raio r . Depois um campo elétrico é aplicado, e se mede a velocidade novamente. No caso teoricamente⁴ mais simples se regula o campo de tal maneira que a gota fique equilibrada com velocidade zero. Neste caso teremos

$$g (\rho_{\text{óleo}} - \rho_{\text{ar}}) \frac{4\pi}{3} r^3 + q \frac{V_C}{d} = 0 \quad (4.3.2)$$

onde q é a carga na gota, V_C a voltagem aplicada no capacitor e d a distância das placas do capacitor. Com r , determinado pela medida da velocidade v_0 , pode-se determinar a carga q da gota.

Vocês podem perguntar: qual é a graça de medir cargas elétricas arbitrárias em gotículas de óleo? A graça está no resultado extraordinário: não aparece qualquer valor de carga. Todos os valores observados são múltiplos inteiros de um único valor e .

$$\text{valores observados de carga} = \dots -3e, -2e, -1e, 0, +1e, +2e, +3e, \dots$$

$$(4.3.3)$$

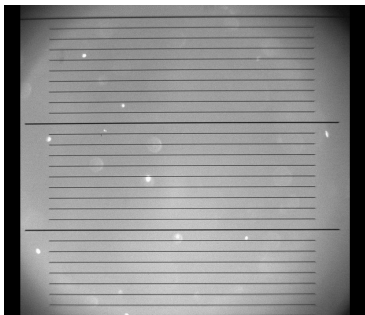


Fig. 4.3.3 Escala com gotículas de óleo (pontos brancos). A imagem é tomada da Wikipedia e corresponde aos experimentos que os alunos de física costumam fazer numa disciplina de Laboratório de Física Moderna. O tamanho total da escala é apenas 0,98 mm.

O valor para esta *carga elementar*⁵ e que Fletcher e Millikan encontraram foi de $1,592 \times 10^{-19} \text{ C}$ com uma incerteza estimada em 0,5%. De fato foi usado um valor um pouco errado para o valor da viscosidade do ar. Também para a força de atrito para gotas de um tamanho tão pequeno

dever-se-ia usar⁶ uma fórmula um pouco diferente da expressão de Stokes $6\pi\eta r v_0$. Experiências posteriores deram um valor de aproximadamente $1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$. Hoje temos outras maneiras de medir o valor da carga elementar usando métodos da física quântica⁷. O valor atualmente aceito é

⁴ Na prática é mais simples usar outro valor, que resulta em alguma outra velocidade.

⁵ Usaremos e para a carga elementar e e para o número de Euler.

⁶ Há uma correção elaborada por Cunningham que modifica a força por um fator $r / (r + 1,257\lambda)$ onde λ é o caminho livre das moléculas do ar.

⁷ Usa-se o efeito Hall-quântico. Numa seção futura mencionaremos este efeito com mais detalhes.

$$e = (1,602.176.565 \pm 0,000.000.035) \times 10^{-19} \text{ C} \quad (4.3.4)$$

Não é apenas em gotas de óleo que aparecem somente valores de carga de acordo com a (4.3.3). Até agora nenhum corpo eletricamente carregado foi encontrado que não tivesse algum múltiplo inteiro desta carga elementar. Isto é um resultado fundamental, e até a data de hoje não há uma explicação teórica totalmente satisfatória para esta “quantização da carga elétrica”.

A existência de uma carga mínima tem consequências para os fundamentos da teoria eletromagnética. Talvez o bom aluno, que usou para o estudo da Física III não apenas estas notas de aula, mas também outros livros, tenha notado que os outros livros introduzem o campo elétrico de uma maneira diferente. Na maioria dos livros o campo elétrico é definido com a ajuda da força que se mede com uma tal da “carga teste”. A carga teste é uma carga que se introduz adicionalmente numa situação experimental e o campo existente nesta situação experimental num ponto \vec{r} é definido com a força \vec{F} exercida sobre a carga teste na posição \vec{r} pela seguinte relação:

$$\vec{E}(\vec{r}) \stackrel{\text{def.}}{=} \frac{1}{q_{\text{teste}}} \vec{F} \quad (4.3.5)$$

Este procedimento apresenta um problema quando há condutores na experiência. Quando se introduz a carga teste adicionalmente na experiência, ela inevitavelmente deslocará cargas dentro dos condutores. Consequentemente, a força que atua sobre a carga teste não é apenas provocada pelo campo existente antes da introdução da carga teste. Com o exemplo de uma carga na frente de uma placa condutora plana podemos avaliar o tamanho do erro provocado pela influência da carga teste nas cargas móveis. Com os resultados da seção 3.2 sabemos que aparece uma força adicional de

$$\delta\vec{F} = -\frac{q_{\text{teste}}^2}{16\pi\epsilon_0 D^2} \hat{n} \quad (4.3.6)$$

onde \hat{n} é o vetor normal da placa condutora, e D é a distância que separa a carga teste da placa condutora ($2D$ é a distância que separa a carga teste da sua carga-imagem). No caso de um condutor não plano seria mais difícil de calcular esta força adicional que contribui como um erro na (4.3.5). Mas certamente nestes casos mais complicados a força adicional também dependerá quadraticamente do valor da carga teste. Isto abre um caminho para consertar a definição dos livros. No lugar da (4.3.5) deve-se definir:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \lim_{q_{\text{teste}} \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q_{\text{teste}}} \quad (4.3.7)$$

Como as forças exercidas pelo campo existente antes da introdução da carga teste são proporcionais ao valor da carga teste, o limite não elimina esta parcela. Mas as parcelas de força que a própria carga teste provoca pelo deslocamento de cargas nos condutores seriam eliminadas pelo limite. Parece uma boa solução! Mas infelizmente a quantização de carga impossibilita a tomada deste limite. Não há como diminuir um valor de carga arbitrariamente. Por esta razão optamos por uma abordagem que não usa o conceito de carga teste. Infelizmente entramos com isto numa física mais complicada. A grandeza fundamental “campo elétrico” em geral não é totalmente acessível a medidas diretas. O campo tem sua realidade física e muitos fenômenos práticos podem ser descritos quantitativamente com a sua ajuda, mas nem sempre seremos capazes de medir algum valor de campo com exatidão.

Na prática, estas limitações são muitas vezes sem importância. Temos que olhar os erros inerentes à fórmula (4.3.5) quantitativamente. No exercício 4.3.2 o leitor pode estudar um exemplo em que as forças provocadas por cargas imagem são totalmente desprezíveis.

A existência de uma carga elementar sugere ainda uma definição de unidade de energia: quando uma carga elementar atravessar uma diferença de potencial de 1 Volt, a energia potencial da partícula muda por $e \times 1 \text{ Volt}$. Este valor de energia é frequentemente usado como unidade de energia e é chamado de elétron-Volt. Com a (4.3.4) segue que

$$1 \text{ elétron-Volt} = (1,602.176.565 \pm 0,000.000.035) \times 10^{-19} \text{ J} \quad (4.3.8)$$

Esta unidade parece muito pequena, mas para as energias relevantes no mundo atômico esta quantidade de energia corresponde aos valores típicos. Por exemplo, para arrancar o elétron de um átomo de hidrogênio precisa de aproximadamente 13,6 elétron-Volt.

Exercício:

E 4.3.1: Uma gotícula de óleo de densidade $\rho_{\text{óleo}} = 810,0 \text{ kg m}^{-3}$ tem forma esférica com raio de $1,00 \mu\text{m}$ e se encontra no centro de um capacitor de placas paralelas horizontais. A distância entre as placas vale 2 cm . A densidade do ar vale $\rho_{\text{ar}} = 1,19 \text{ kg m}^{-3}$. A gota possui uma carga elementar positiva. Calcule qual deve ser a diferença de potencial entre as placas do capacitor para poder equilibrar a gota.

E 4.3.2: Considere as mesmas condições do exercício 3.4.1, mas com a gotícula um pouco fora do centro do capacitor de tal forma que uma das placas fique numa distância de 9 mm da gotícula e a outra numa distância de 11 mm . Avalie qual seria o erro na determinação da carga provocada pelas cargas imagem que a gota induz nas placas do capacitor. Calcule também qual deveria ser a distância da gotícula de uma das placas para que o erro relativo atingisse $0,1\%$.

E 4.3.3: Imagine uma reação química na qual uma molécula A decai em duas moléculas B e C . Suponha que este processo libere a energia de 1 elétron-Volt . Calcule quanta energia é liberada quando 1 mol da substância A faz a reação $A \rightarrow B + C$. Expresse o resultado em Joule. Se fosse possível aproveitar esta energia integralmente para fazer trabalho, por exemplo, para levantar uma massa, até qual altura conseguiríamos levantar uma massa de 1 kg com esta reação de um mol de A ?

E 4.3.4: Escreva os pontos de destaque desta seção.