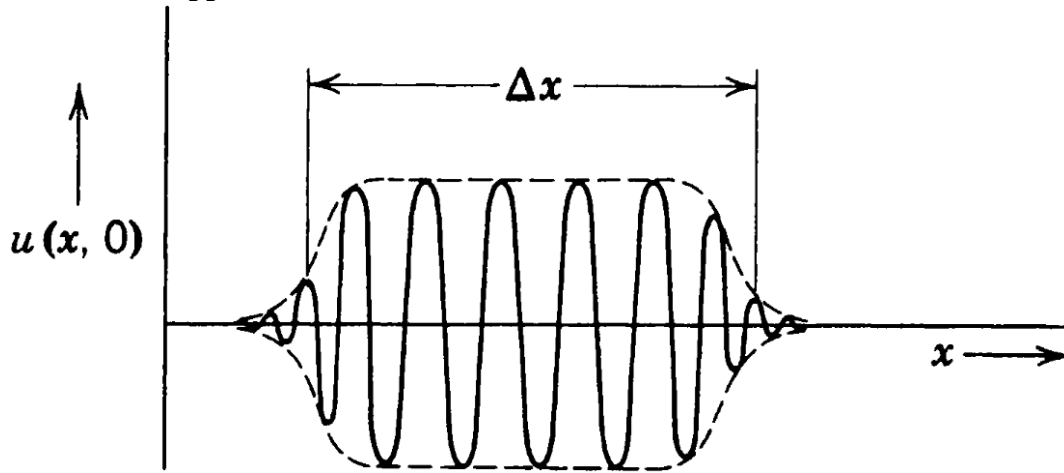


## 1.7 - Efeito Doppler Relativístico



Considere a “fotografia” de um trem de ondas. (Um trem de ondas não é uma onda senoidal, mas uma superposição de ondas senoidais.) A fotografia é um instantâneo, isto é, uma imagem a tempo fixo ( $\Delta t = 0$ ). No referencial S o trem de ondas ocupa uma distância  $\Delta x$  e o comprimento de onda é  $\lambda$ ; o número de ondas (vagões) do trem vale  $N = \frac{\Delta x}{\lambda}$ .

A fase da onda eletromagnética é dada por :  $\Phi(x, t) = 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$ , onde  $T$  é o período medido em S. Fazendo  $\Delta t = 0$ , obtemos:  $\Delta\Phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi N$ .

Outro referencial  $S'$ , que se move com velocidade  $u$  em relação a S, também tira uma fotografia ( $\Delta t' = 0$ ) do trem de ondas. O comprimento do trem medido em  $S'$  será  $\Delta x' \neq \Delta x$  e o comprimento de onda será  $\lambda' \neq \lambda$ , mas o número de vagões do trem tem que ser o mesmo, logo:  $\Delta\Phi' = 2\pi \frac{\Delta x'}{\lambda'} = 2\pi N$ .

Em outro experimento, um observador em S localizado numa posição fixa ( $\Delta x = 0$ ) mede o período da onda:  $T = \frac{\Delta t}{N}$ . Um observador em  $S'$  medirá um período diferente, pois os  $N$  vagões levam um tempo  $\Delta t' \neq \Delta t$  para passar por ele:  $T' = \frac{\Delta t'}{N}$ .

Em resumo: a fase de uma onda eletromagnética é *invariante* por transformações de Lorentz, isto é:

$$\Phi'(x', t') = 2\pi\left(\frac{x'}{\lambda'} - \frac{t'}{T'}\right) = 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) = \Phi(x, t) \quad (1.24)$$

Lembrando que  $\frac{2\pi}{\lambda} = k$  e  $\frac{2\pi}{T} = \omega = 2\pi f = ck$ , temos que  $k'(x' - ct') = k(x - ct)$ . Usando as transformações de Lorentz (1.16) :

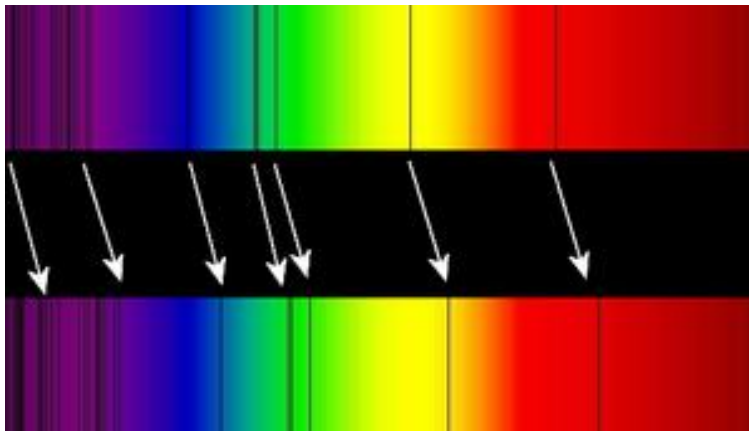
$x' = \gamma(u)(x - ut)$ ,  $t' = \gamma(u)\left(t - \frac{ux}{c^2}\right)$ , obtemos a relação entre as frequências medidas em S e S':

$$\frac{f'}{f} = \sqrt{\frac{1 - \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c}}} \quad \text{ou} \quad f' = f \gamma(u) \left(1 - \frac{u}{c}\right), \quad (1.25)$$

onde  $f$  é a frequência medida no referencial de repouso da fonte e  $f'$  é a frequência medida em outro referencial.

Em caso de afastamento entre fonte e observador, isto é,  $u > 0$ , a frequência observada é menor que a frequência emitida pela fonte. Este efeito é chamado de *deslocamento para o vermelho* (ou “*redshift*”). Em caso de aproximação relativa,  $u < 0$ , a frequência observada é maior que a emitida, efeito chamado de *deslocamento para o azul* (ou “*blueshift*”).

←  $f$



$\lambda \rightarrow$

Notem que só há uma fórmula para o efeito Doppler relativístico, porque só o que importa é o movimento relativo entre fonte e observador. No caso de ondas sonoras, há duas situações fisicamente diferentes: fonte em repouso em relação ao ar e observador em movimento em relação ao ar, e fonte em movimento em relação ao ar e observador em repouso em relação ao ar. Isso acontece porque as ondas sonoras precisam de um meio material para a sua propagação, portanto este meio constitui um referencial privilegiado.