

O Osciloscópio

21/08/2016

Osciloscópios são ferramentas fundamentais em laboratórios de pesquisa de engenharia, física e química. Pode-se encontrar osciloscópios até em alguns laboratórios de biologia e medicina. A aula 10 tem como objetivo introduzir as funções básicas deste instrumento.

Tarefas:

1) Use o osciloscópio como simples voltímetro e meça a voltagem de uma pilha. Leia o valor primeiro pela altura do traço luminoso na tela e depois com a ferramenta “measure”.

2) Meça as características (amplitude, período ou frequência) de um sinal oscilatório.

Escolha no gerador alguma forma de sinal e o intervalo de frequência (RANGE) número 3. Depois aperte o botão RUN.

Agora experimente várias modalidades do osciloscópio:

2 a) Varie o fator de escala do eixo y (botão redondo grande no campo do canal 1) e observe o comportamento da figura. Meça a amplitude do sinal.

2 b) Altere o fator de escala do eixo t . Meça o período da oscilação e determine a frequência.

2 c) Altere o nível de gatilho (botão redondo no campo de Trigger) e observe o comportamento da figura.

2 d) Aperte o botão “Trigger Menu” e escolha disparo do gatilho na descida e depois em ambos subida e descida observe os comportamentos. Depois volte para disparo na subida.

2 e) Repita as medidas de frequência e amplitude usando a ferramenta “Measure”.

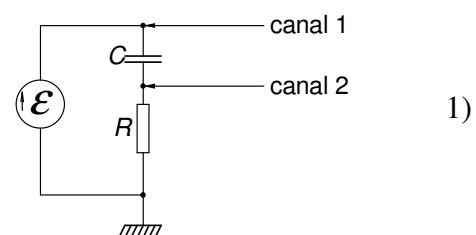
2 f) Repita as medidas usando a ferramenta “cursor”.

3) Circuito RC

3 a) Monte o circuito da figura 1 com um capacitor de $0,22\mu\text{F}$ ¹ e uma resistência de 500Ω . Injete primeiramente uma oscilação retangular no circuito e depois um sinal harmônico (i.e. $\mathcal{E}_{HARMON}(t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t + \alpha)$). Varie a frequência do gerador e descreva as observações. Preste atenção de ligar o fio preto do gerador junto com o fio terra do osciloscópio (jacaré na ponta de prova) no mesmo ponto que é indicado no esquema com o símbolo de terra. Neste ponto o potencial é definido como zero.

Fig. 1 Circuito RC

3 b) Usando um sinal harmônico na faixa de frequência de 0,3 kHz (RANGE 4) até 5 kHz (RANGE 5) determine a defasagem entre corrente (canal 2) e força eletromotriz (canal usando medidas de cursores. Elabore um



¹ $0,22\mu\text{F}$ é o valor nominal, o valor verdadeiro das capacitâncias dos nossos capacitores é um pouco maior e pode chegar a $0,26\mu\text{F}$.

gráfico que mostre no eixo vertical a tangente do ângulo de defasagem e no eixo horizontal o período de oscilação da força eletromotriz. Verifique se os pontos experimentais podem ser ajustados razoavelmente por uma reta que passa pela origem e determine se a inclinação desta reta é compatível com a previsão teórica (compare anexo 2).

Recomendações: (1) Use o recurso “Run/Stop” em cada frequência escolhida para congelar os dados captados pelo osciloscópio. Isto garante que as medidas da defasagem podem ser feitas com calma sem ter o perigo da frequência mudar durante a medida.

(2) Escolhe uma escala de tempo de tal forma que apareçam somente dois máximos de cada canal na tela do osciloscópio.

(3) É conveniente desenhar barras de erro dos valores do $tg(\varphi)$ (tangente do ângulo de defasagem). Na determinação do ângulo de defasagem $\varphi = 2\pi \Delta t / Prd$, você ajusta dois cursores cuja distância temporal é o Δt . (Prd é o período indicado na tela do osciloscópio e Δt aparece na tela como Δx). Você perceberá que este ajuste não é contínuo, mas anda em passos mínimos. Determine o tamanho deste passo mínimo para cada medida e use 1,5 vezes o tamanho deste passo como incerteza de Δt . Com isto você calcula a incerteza do $tg(\varphi)$ sem usar uma aproximação linear. Para grandes ângulos, isto resulta em barras de incerteza assimétricas. Desenhe estas barras no gráfico antes de ajustar uma reta.

4) Circuito RL

4 a) Monte o circuito da figura 2 com um indutor de 2,25 mH e uma resistência de 500Ω . Injete primeiramente uma oscilação retangular no circuito e depois um sinal harmônico. Varie a frequência do gerador e descreva as observações.

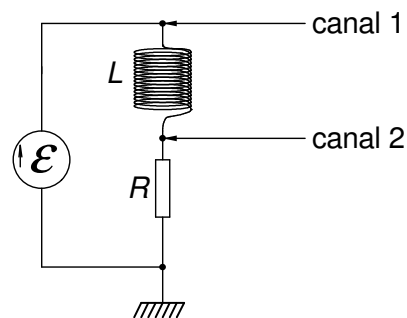


Fig. 2 Circuito RL

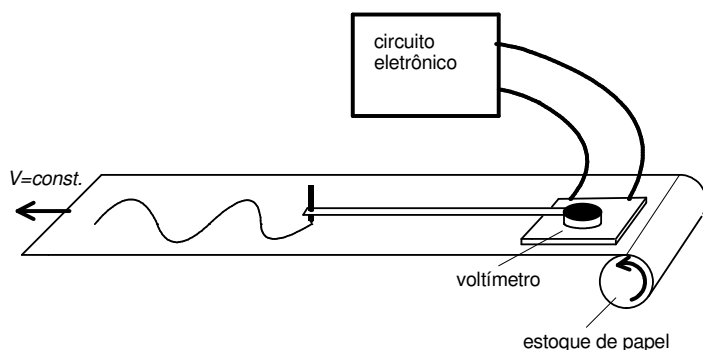
4 b) Usando um sinal harmônico na faixa de frequência de 5 kHz (RANGE 5) até 120kHz (RANGE 6) determine a defasagem entre corrente (canal 2) e força eletromotriz (canal 1) usando medidas de cursores. Elabore um gráfico que mostre a tangente do ângulo de defasagem no eixo vertical e a frequência de oscilação da força eletromotriz no eixo horizontal. Verifique se os pontos experimentais podem ser ajustados razoavelmente por uma reta e determine se a inclinação desta reta é compatível com a previsão teórica (compare anexo 2).

Siga às mesmas recomendações da tarefa 4)

5) Elabore um relatório sobre as tarefas 3b) e 4b).

Anexo 1: O Osciloscópio

O osciloscópio é um voltímetro que permite medir voltagens variáveis no tempo $V(t)$ e mostrar estas medidas em forma de gráfico. Poder-se-ia construir um osciloscópio amarrando uma caneta no ponteiro de um voltímetro e passar uma fita de papel com velocidade constante por baixo da caneta de tal forma que as posições do ponteiro fiquem registradas no papel como mostra a figura 3. Nesta figura algum circuito eletrônico gera uma voltagem oscilatória que será registrada pelo osciloscópio. O registro aparece na fita de papel.



esteja desaparecendo dando espaço para novas técnicas.

Fig. 3 Osciloscópio eletromecânico. Registro de $V(t)$ numa fita de papel.

A principal limitação deste tipo de instrumento é a lentidão do ponteiro do voltímetro. Esta lentidão é provocada pela massa

grande do ponteiro e da caneta. Para poder mostrar oscilações rápidas a caneta teria que mover-se com grandes acelerações. Com massa grande isto implicaria em forças enormes.

Para vencer esta limitação pode-se substituir a caneta e o ponteiro por um objeto com menos massa. Um objeto que tem muitíssimo menos massa do que uma caneta é um elétron. Karl Ferdinand Braun² teve esta idéia e utilizou um tubo de raios catódicos para registrar oscilações elétricas. Ele usou um tubo de vidro bem evacuado que continha um filamento de tungstênio para emissão de elétrons, vários cilindros metálicos com furo central em diferentes potenciais elétricos para acelerar e focalizar um feixe de elétrons e dois capacitores de placas cujos campos ficam ortogonais entre si e ao eixo de simetria do tubo. A figura 4 mostra este tipo de tubo de raios catódicos esquematicamente.

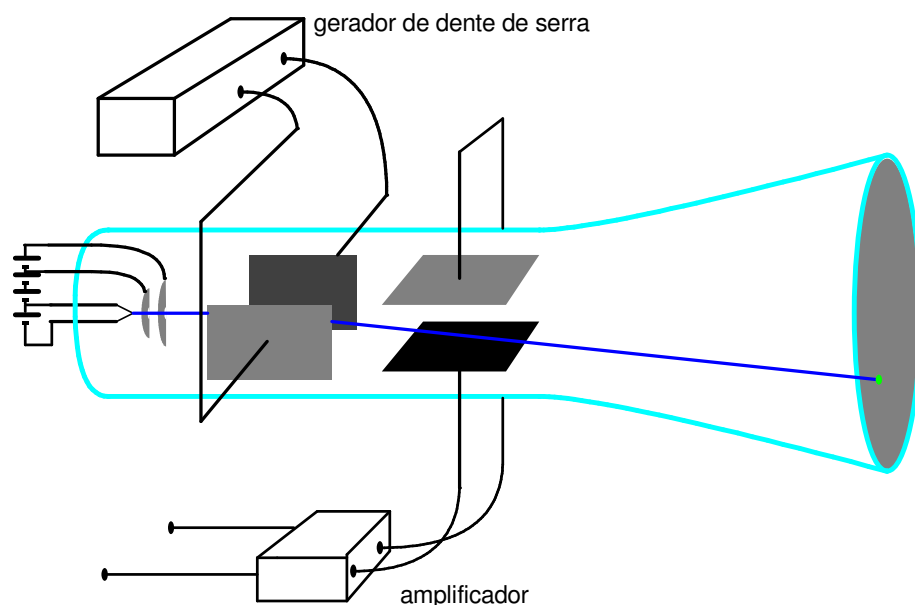


Fig. 4 Osciloscópio com tubo de Braun.

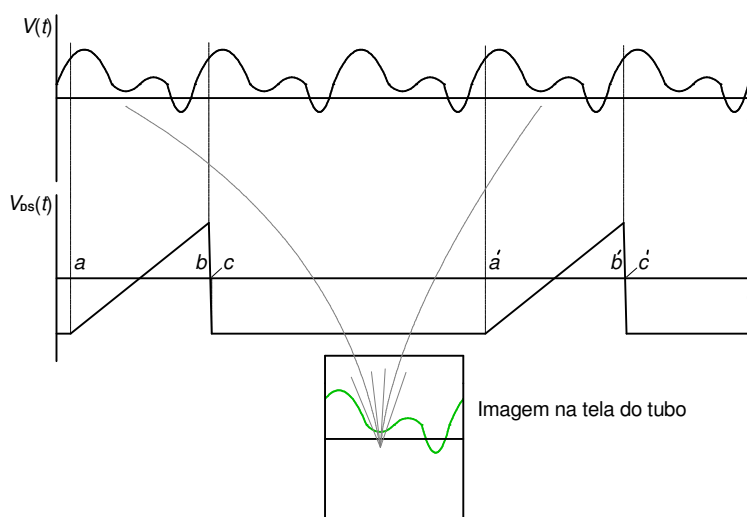
² * 1850 - †1918

As placas de capacitor que criam um campo elétrico na direção vertical são ligadas à saída de um amplificador que eleva a tensão a ser medida a um nível adequado para poder defletir o feixe de elétrons para cima e para baixo. O feixe de elétrons cai num anteparo com uma substância fluorescente que emite luz quando atingida pelos elétrons. No ponto de incidência do feixe de elétrons aparece para o observador um ponto luminoso. A altura deste ponto luminoso é proporcional à voltagem aplicada na entrada do amplificador. Este ponto luminoso é o análogo da ponta da caneta do instrumento da figura 1. No lugar da fita de papel que anda com velocidade constante move-se o próprio feixe de elétrons para o lado com velocidade constante. Para isto servem as placas de capacitor que criam um campo na direção horizontal. Aplica-se nestas placas uma tensão que cresce linearmente com o tempo. Desta forma o ponto luminoso vai executar um movimento uniforme na direção horizontal enquanto a posição vertical segue o comportamento da voltagem a ser medida. Resulta um movimento do ponto luminoso que percorre uma trajetória que é o gráfico da função $V : t \mapsto V(t)$.

Esta invenção resolve o problema da lentidão da construção mecânica de forma excelente. Mas, em relação ao registro em fita de papel, o tubo de raios catódicos tem algumas desvantagens graves: a) O gráfico no papel é permanente enquanto a passagem do ponto luminoso na tela é instantânea e não fica gravada. b) A fita de papel pode ser arbitrariamente longa enquanto a tela do tubo de raios catódicos é limitada e pode mostrar somente um curto intervalo de tempo. Pior que cada uma destas desvantagens é a combinação das duas: o ponto luminoso percorre a tela num tempo tão curto que a nossa percepção visual nem registra que algo apareceu na tela.

A saída que Braun encontrou para resolver este problema era de repetir a varredura da tela periodicamente. Mas isto limita a utilização do instrumento. Somente funções periódicas podem ser vistas neste tipo de osciloscópio. Este fato deu origem ao nome do instrumento. A figura 5 mostra um exemplo de uma voltagem que depende periodicamente do tempo. Junto está mostrada a voltagem que teria que ser aplicada nas placas de deflexão horizontal para obter na tela um gráfico de uma parte da função $V : t \mapsto V(t)$. O gráfico da voltagem de deflexão horizontal tem a forma de uma serra. Esta forma de curva é chamada de “dente de serra”.

Fig. 5 (Acima) Sinal elétrico periódico a ser medido pelo osciloscópio, (no meio) voltagem de varredura horizontal em forma de dente de serra, (abaixo) imagem na tela do osciloscópio.



Com a repetição periódica da varredura horizontal obtêm-se uma imagem visível do gráfico da função $V : t \mapsto V(t)$, mesmo que cada varredura ilumine os lugares do gráfico por apenas frações de milissegundos.

Durante os intervalos de tempo $[b,c]$ e $[b',c']$, $[b'',c'']$ o feixe de elétrons voltaria para a posição esquerda, ou seja para o início do gráfico. Durante os intervalos de tempo $[c,a']$, $[c',a'']$ etc. o feixe ficaria oscilando para cima e para baixo no lado esquerdo da tela. Desta forma a imagem não seria exatamente o gráfico da função $V : t \mapsto V(t)$ mas teria o seguinte aspecto:

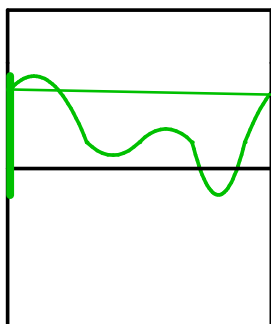


Fig. 6 Escrita indesejável durante a volta e durante o tempo de espera do feixe.

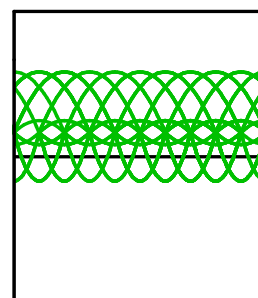
Para evitar esta escrita indesejável durante os intervalos de tempo $[b,a']$ existe um eletrodo no canhão de elétrons que permite desligar o feixe durante estes intervalos de tempo.

Há ainda um problema técnico que precisa ser resolvido: imagine que o dente de serra tenha um período que não seja exatamente algum múltiplo inteiro do período da função $V : t \mapsto V(t)$. Neste caso os pedaços de gráficos

representados pela varredura horizontal não seriam iguais entre si. Neste caso apareceria na tela algo parecido com a figura 7.

Fig. 7 Imagem na tela com sinal de dente de serra mal sincronizado.

Para evitar isto existia nos antigos osciloscópios um botão de “sincronização” que permitia regular a frequência do dente de serra com muita precisão. Nestes primeiros osciloscópios o usuário tinha que ter um bom controle motor para regular esta frequência até conseguir uma imagem única e estável. Nos osciloscópios modernos este botão não existe mais. No lugar da sincronização se inventou algo muito mais genial: o gatilho que é também chamado com o seu nome inglês “trigger”.



O trigger fornece uma sincronia automática entre sinal e dente de serra. Ele funciona da seguinte forma: o usuário escolhe um nível de voltagem com ajuda de um botão. Este nível de gatilho é também chamado com o seu nome inglês: “trigger level”. Quando o sinal atravessa este nível a subida do dente de serra é automaticamente disparada. Repare que o sinal pode atravessar o nível do gatilho de baixo para cima ou de cima para baixo. Se o dente de serra disparasse em ambos os casos teríamos outra vez imagens confusas na tela. A eletrônica do dispositivo de gatilho verifica o sinal da primeira derivada da função $V : t \mapsto V(t)$ e o usuário pode escolher se o disparo deve acontecer nas derivadas positivas ou negativas. Como estas opções são frequentemente escritas em inglês nos instrumentos é bom saber estes nomes em inglês. O botão para escolher o sinal da primeira derivada é geralmente chamado de “slope” ou “trigger slope”.

Alem de facilitar a operação dos osciloscópios, a invenção do trigger transformou os osciloscópios em instrumentos que podem registrar pulsos não periódicos. Nas aplicações temos frequentemente pulsos elétricos que aparecem aleatoriamente. Por exemplo, os sinais de um detector de raios cósmicos. Estes raios incidem aleatoriamente e os pulsos gerados pelo detector não formam uma função periódica. O trigger vai trazer estes pulsos todos para o mesmo lugar da tela do osciloscópio. Se estes pulsos tiverem aproximadamente a mesma forma podemos vê-los na tela do osciloscópio. A figura 6 fornece um exemplo disso.

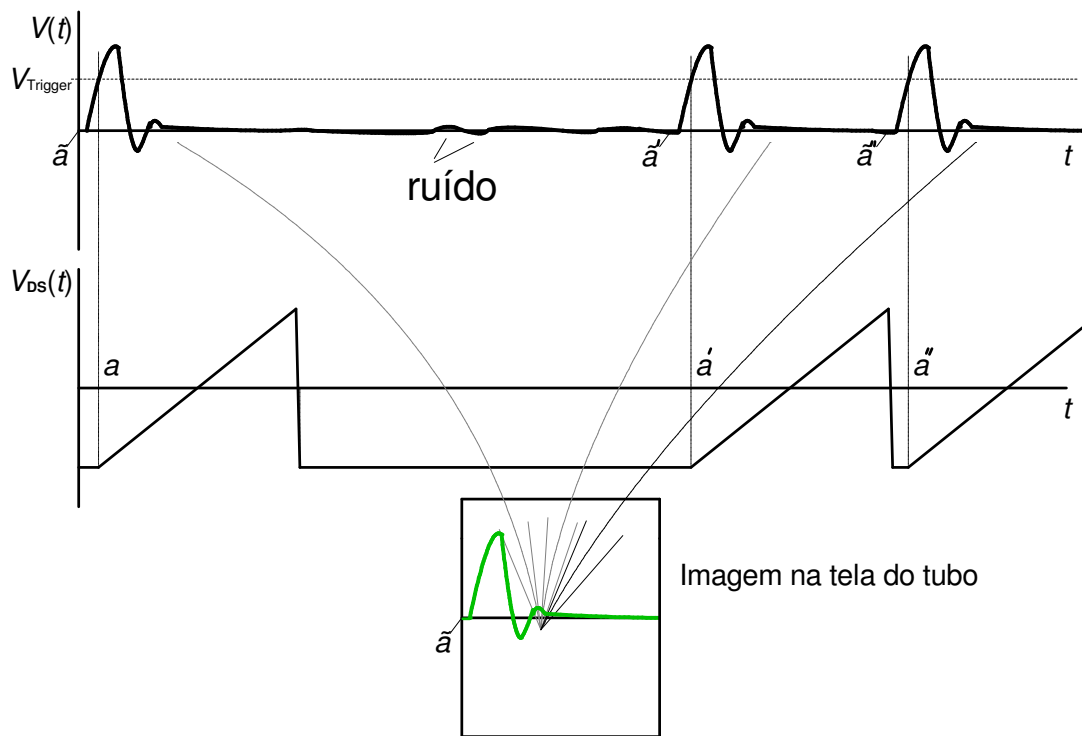


Fig. 8 Formação de gráfico de um pulso que se repete de forma não periódica.

A figura 8 ensina algo muito importante sobre o trigger além da utilização para funções não periódicas. No gráfico de cima da figura 8 está indicado o trigger level (V_{Trigger}). Esta voltagem foi escolhida quase da altura do pulso. Se escolhêssemos o trigger level perto de zero, o gatilho seria acionado por pequenos ruídos elétricos, o que levaria a disparos indesejados. Com esta escolha nunca poderíamos ver o início da subida do pulso, porque este já aconteceu antes do disparo do gatilho. Mas a criatividade humana resolveu este problema também. Para mostrar o início da subida dos pulsos temos que olhar para o passado. Isto não é tão difícil. Quando você olha para o céu estrelado você está de fato olhando para o passado porque a luz proveniente das estrelas foi emitida no passado. Para mostrar o passado da voltagem $V(t)$ basta submeter este sinal elétrico ao mesmo processo que a luz das estrelas sofre: percorrer certa distância. Temos que atrasar o sinal $V(t)$ em relação ao dente de serra e isto pode ser feito deixando este sinal percorrer um pedaço de guia de onda dentro do osciloscópio. Na figura 6 este atraso corresponde ao intervalo $[\tilde{a}, a]$. Em muitos osciloscópios este atraso (delay) pode ser escolhido pelo usuário. Em osciloscópios modernos a escolha pode ser feita também automaticamente.

O trigger removeu a necessidade de termos um sinal periódico. Mas ainda precisa de uma repetição de sinais iguais para poder ver algo na tela. Isto se deve ao fato que a tela fluoresce somente durante pouco tempo. Seria muito útil se pudéssemos ver um único pulso elétrico que não se repete. De fato foi inventada uma tela especial cuja fluorescência pode ser reativada com ajuda de alta tensão aplicada na tela. Esta tela especial tem memória. Nos anos 1970 osciloscópios de memória na tela foram utilizados em alguns laboratórios de pesquisa. Mais ou menos na mesma época apareceu também um outro tipo de osciloscópio com memória. Este tipo de osciloscópio usa uma idéia totalmente diferente do osciloscópio de Braun. As voltagens $V(t)$ são medidas em certos instantes t_1, t_2, t_3, \dots e estes valores são transformados em números digitais. Estes números são armazenados em memórias e a partir destes valores um gráfico é construído numa tela. De fato, a tela não precisa mais ser de uma válvula de Braun. Pode-se usar uma tela de cristal líquido, que é ordens de grandeza mais lenta do que o tubo de Braun. Mesmo usando uma tela lenta os osciloscópios de memória digital podem ser muito rápidos. O conteúdo das memórias e o estado da tela podem ser atualizados periodicamente. A tela precisa ser apenas suficientemente rápida para poder acompanhar estas atualizações. No caso de um sinal elétrico que consiste de um pulso único pode-se evitar as atualizações das memórias. Isto é feito apertando o botão “single” (disparo único).

A rapidez dos osciloscópios digitais é determinada pela rapidez do amplificador que capta o sinal e pelo espaçamento da tomada das amostras $V(t_1), V(t_2), V(t_3), \dots$. A rapidez do amplificador é especificada em termos de uma frequência máxima. O espaçamento é especificado em termos de uma taxa de amostragem. Para os osciloscópios do nosso laboratório estes dados são: largura de banda = 60 MHz, taxa de amostragem = 1 GS/s = 1 GigaSample/second.

Nestes osciloscópios digitais não há mais um sinal de dente de serra. Mesmo assim, o trigger é ainda usado para escolher qual trecho da função $V: t \mapsto V(t)$ é posto nas memórias. Quem entende o funcionamento dos osciloscópios de Braun com trigger terá uma boa base para trabalhar também eficientemente com os osciloscópios digitais. Para poder trabalhar eficientemente com qualquer tipo de osciloscópio é preciso ainda aprender mais alguns detalhes:

Na maioria dos osciloscópios pode-se medir mais de uma voltagem ao mesmo tempo. Nos antigos osciloscópios de Braun existiam geralmente dois canhões de elétrons no tubo e dois amplificadores de entrada. O usuário tem que escolher no menu de gatilho qual destes dois canais deve ser usado para o disparo do trigger. Existe também a opção de usar um outro sinal externo para disparar o trigger ou pode-se ainda usar a voltagem da rede elétrica para esta finalidade.

Da mesma forma como escolhemos fatores de escala na hora de fabricar um gráfico, temos que escolher estes fatores para os canais do osciloscópio. Os antigos osciloscópios têm botões para cada canal cujas posições têm valores com a unidade Volt/divisão. A divisão é visível na tela (geralmente um pouco menor que um centímetro). Nos osciloscópios digitais o botão para escolher o fator de escala não tem as posições com fatores fixos, mas serve para aumentar ou diminuir o fator de escala. O valor do mesmo aparece na própria tela.

Não somente no eixo vertical temos que escolher um fator de escala, mas também no eixo horizontal. Nos osciloscópios modernos existe um botão chamado “Auto-Scale”. Apertando este botão o osciloscópio faz todas as escolhas automaticamente. O uso deste botão é muito cômodo, mas para poder aproveitar todos os recursos do instrumento deve-se aprender a fazer as escolhas também manualmente.

Para não se perder na floresta dos botões e opções é bom notar que estes podem ser divididos em poucos grupos:

- a) Controles dos canais 1 e 2.
- b) Controle do eixo horizontal.
- c) Controle do trigger.
- d) Controle de execução (Run Control)
- e) Ferramentas de medida (measure, cursor)
- f) Apresentação (display)
- g) Controles de menu
- h) Ferramentas de memória (transferência de dados etc.)
- i) Operações matemáticas (soma e diferença dos canais e transformada de Fourier).

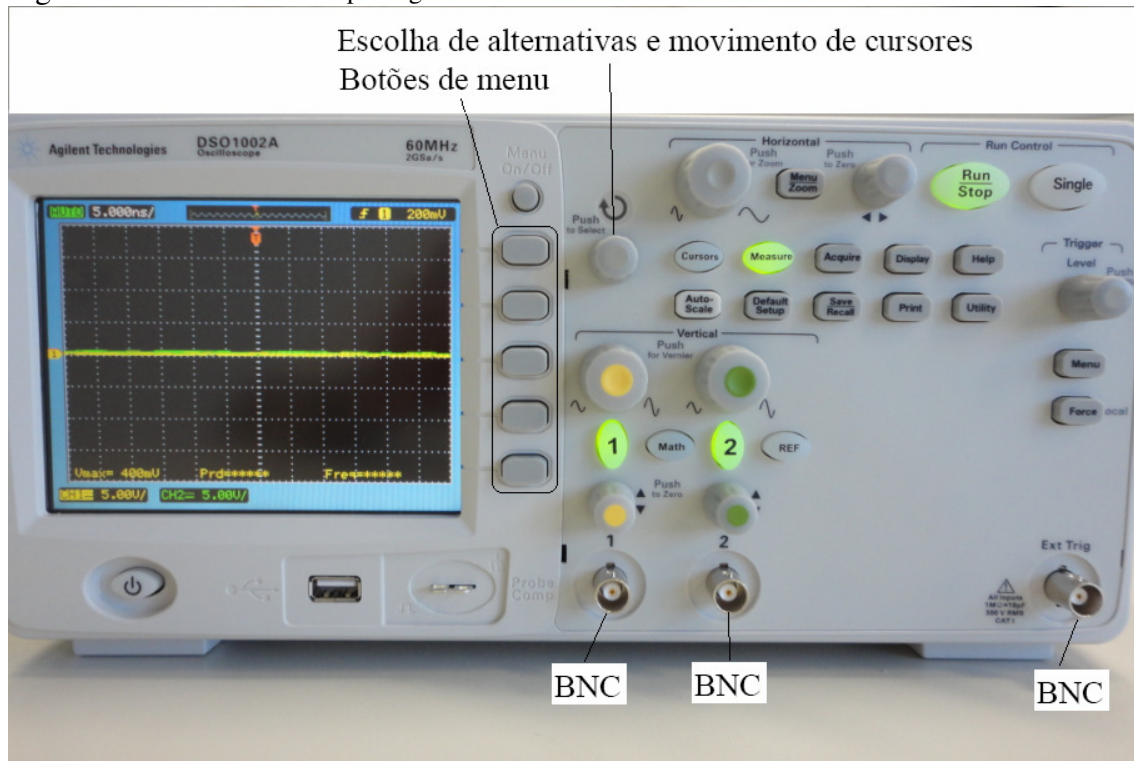
Alguns destes itens contêm ferramentas importantes que precisam ser explicadas: Apertando o botão Ch1 (ou Ch2), pertencentes ao grupo a), aparece no lado direito da tela o menu do canal correspondente. O primeiro item do menu (acoplamento) diz respeito à maneira como o amplificador do canal é ligado à entrada de BNC (Bayonet Neill-Concelman connector). Apertando o botão ao lado deste item aparecem três opções: DC, AC, Terra (Ground). Para escolher uma das opções pode-se girar o botão redondo no topo dos controles de menu e apertar este botão quando a opção desejada é selecionada. A opção DC significa que a entrada do amplificador está diretamente ligada ao conector BNC. Esta é a opção normalmente empregada. Na opção AC a entrada do amplificador está ligada ao BNC através de um capacitor que serve para eliminar do sinal de entrada uma voltagem constante no tempo. Esta opção é empregada quando se quer ver uma pequena oscilação sobre uma voltagem constante grande. A opção Terra (Ground) liga a entrada do amplificador ao potencial Terra. Esta opção serve para verificar se o nível zero está no devido lugar.

O controle horizontal tem também uma ferramenta importante: No menu horizontal podemos escolher se o eixo horizontal corresponde ao tempo ou à voltagem do canal 2. Normalmente usamos o tempo como eixo horizontal. Mas, em certas ocasiões pode ser interessante olhar a correlação entre as voltagens dos dois canais. Neste caso escolhemos a segunda opção x-y.

Para mais detalhes deve-se olhar no manual do instrumento (na página do ICE).

A figura 9 mostra uma fotografia do nosso osciloscópio. A maioria das funções dos botões está indicada claramente no painel do próprio instrumento. As funções de outros são marcadas na imagem.

Fig. 9 Foto do nosso osciloscópio digital.



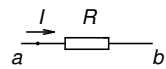
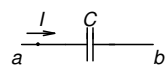
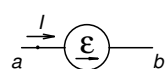
Anexo 2: Circuito RC e RL

1) A Lei das malhas

A lei das malhas afirma

$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (1.1)$$

Se estendermos o caminho de integração da integral do lado esquerdo sobre os elementos de uma malha, temos as seguintes contribuições para esta integral:

Elemento	Símbolo	Contribuição $\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$
Resistor		RI
Capacitor		$\frac{1}{C} \int Idt$
Força Eletromotriz (FEM)		$-\mathcal{E} + R_{\text{int.}} I$

Na contribuição da força eletromotriz, R_{int} é a resistência interna da FEM. Geralmente estas resistências internas são tratadas como resistores comuns e o resto da FEM como uma força eletromotriz ideal. Se há partes móveis na malha que se deslocam numa região com campo magnético, há forças eletromotrizes magnéticas contribuindo no lado esquerdo da equação. É um costume bastante conveniente transferir estes termos para o lado direito da equação, pois eles combinam com o termo da integral de superfície formando uma taxa de variação de fluxo magnético:

$$-\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} - \{\text{contr. de FEM magnético do lado esquerdo}\} = -\frac{d}{dt} \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (1.2)$$

Desta forma a lei das manhas pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \sum \text{contrb. de Rs} + \sum \text{contrb. de Cs} + \sum \text{contrb. de FEMs não magn.} = \\ & = -\frac{d}{dt} \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \end{aligned} \quad (1.3)$$

2) O circuito RC

Na análise do circuito da figura 1 (ou figura 10) vamos desprezar as contribuições magnéticas do lado direito da equação (1.3).

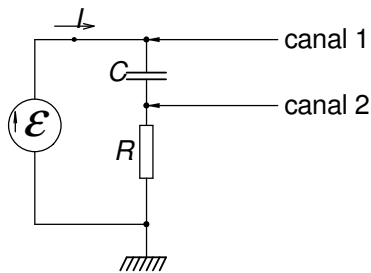


Fig. 10 Fonte com capacitor e resistor em série.

Com a tabela das contribuições obtemos nesta malha única

$$-\mathcal{E} + \frac{1}{C} \int Idt + RI = 0 \quad (1.4)$$

onde desprezamos a resistência interna da fonte. Nas experiências propostas, a força eletromotriz

seria dos seguintes tipos:

A) Para sinal retangular:

$$\mathcal{E}_{RETANG.}(t) = \begin{cases} \mathcal{E}_1 & \text{para } t \in [nT, nT + DT] \text{ com } n \text{ inteiro} \\ \mathcal{E}_2 & \text{para } t \in [nT + DT, (n+1)T] \text{ com } n \text{ inteiro} \end{cases} \quad (1.5)$$

onde T é o período da oscilação da fonte e D é um número entre 0 e 1 chamado de “duty cycle” (em português: ciclo de trabalho ou razão cíclica). No nosso gerador de funções temos $\mathcal{E}_2 \approx -\mathcal{E}_1$. O duty cycle pode ser escolhido com o botão que afeta a simetria da função. Deixamos a solução da equação integral (1.4) para o caso da FEM (1.5) como exercício.

B) Para sinal harmônico:

$$\mathcal{E}_{HARMON}(t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t + \alpha) \quad (1.6)$$

A equação integral (1.4) é do tipo inhomogêneo³ linear de primeira ordem e tem obviamente como solução geral alguma oscilação estacionária superposta com um

³ “Inhomogêneo” é uma mistura de grego e latim que provoca revolta dos lingüistas. Mas estes protestos não incomodam. Vamos reservar a palavra “heterogêneo” para expressar a não uniformidade de misturas de arroz e feijão.

decaimento exponencial. Aqui estamos somente interessados na solução estacionária. Esta solução estacionária pode ser encontrada de forma muito elegante com os métodos de números complexos (veja H. Moysés Nussenzveig: Curso de Física Básica Volume 2). Primeiramente inventa-se uma parte imaginária da FEM:

$$\hat{\mathcal{E}}(t) = \mathcal{E}_0 [\cos(\omega t + \alpha) + i \text{sen}(\omega t + \alpha)] = \mathcal{E}_0 \exp\{i\omega t + i\alpha\} \quad (1.7)$$

Depois se resolve a equação

$$-\hat{\mathcal{E}} + \frac{1}{C} \int \hat{I} dt + R\hat{I} = 0 \quad (1.8)$$

e finalmente se obtém a solução verdadeira da equação original (1.4) pegando a parte real da solução de (1.8).

$$I(t) = \text{Re}(\hat{I}(t)) \quad (1.9)$$

Para solucionar a equação (1.8) fazemos a tentativa

$$\hat{I}(t) = \hat{I}_0 \exp\{i\omega t + i\alpha\} \quad (1.10)$$

Inserindo esta tentativa na equação obtemos imediatamente

$$\hat{I}_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R + \frac{1}{i\omega C}} \quad (1.11)$$

Inserindo (1.10) e (1.11) em (1.9) obtemos a solução:

$$\left. \begin{aligned} I(t) &= I_0 \cos(\omega t + \alpha + \varphi) \quad \text{com} \\ I_0 &= \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \text{e} \\ \varphi &= \text{arctg}\left(\frac{1}{\omega RC}\right) \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

A constante de fase φ é positiva e isto significa que a curva da corrente é deslocada para a esquerda em relação à curva da FEM. Na experiência 3b) a FEM é representada pelo canal 1 enquanto o canal 2 mostra um sinal proporcional à corrente (canal2 = RI). Na figura 11 vemos um exemplo disso.



Fig. 11 Uma imagem gravada com um circuito da figura 1 (ou 10). O traço amarelo representa o canal 1 (FEM) e o traço verde o canal 2 (corrente). Os cursores (tipo tempo) foram colocados nos máximos para poder medir o ângulo de fase entre FEM e corrente. Repare que a curva

da corrente é deslocada para a esquerda.

Para colocar um cursor num máximo de uma curva deve-se primeiramente selecionar o cursor com o botão ao lado do campo no menu (na imagem 10 o cursor B está selecionado – o campo Cur B na tabela de resultados tem fundo branco). Depois de ter selecionado o cursor pode-se deslocar o mesmo com o botão redondo de seleção. O ângulo de defasagem é obtido experimentalmente com os dados Δt dos cursores e período de oscilação:

$$\varphi_{\text{EXPERIMENTAL}} = 2\pi \frac{\Delta t}{\text{Prd}} \quad (1.13)$$

No exemplo da figura 11 a defasagem seria

$$\varphi_{\text{EXPERIMENTAL}} = 2\pi \frac{\Delta t}{\text{Prd}} = 2\pi \frac{280\mu\text{s}}{1,65 \text{ ms}} = 1,07 \quad (1.14)$$

De acordo com o resultado teórico (1.12) deve valer

$$\text{tg}(\varphi) = \frac{1}{2\pi RC} \cdot T \quad (1.15)$$

onde T é o período (Prd na imagem) da oscilação. Então a tangente do ângulo de defasagem deveria depender do período de forma linear e a inclinação deve valer $(2\pi RC)^{-1}$. **Você deve verificar esta previsão com um gráfico e comentar o resultado no relatório.**

3) O Circuito RL

Quando há um fio comprido enrolado num circuito o fluxo magnético produzido pela própria corrente na malha não é desprezível. O fluxo é proporcional à corrente e o fator de proporcionalidade é chamado de indutância (L). A lei das malhas para o circuito da figura 2 (ou figura 12), que possui um fio enrolado, tem a forma:

$$-\mathcal{E} + RI = -L \frac{dI}{dt} \quad (1.16)$$

Como no caso do circuito RC, a equação é do tipo inhomogêneo linear de primeira ordem. Mas trata-se de uma equação diferencial e não integral. De novo a solução geral é uma superposição de uma oscilação estacionária e um decaimento exponencial. De novo podemos usar o truque das soluções complexas para achar a solução estacionária. O mesmo tipo de tentativa (equação (1.10)) leva a

$$\hat{I}_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R + i\omega L} \quad (1.17)$$

e conseqüentemente temos a solução real

$$\left. \begin{aligned}
 I(t) &= I_0 \cos(\omega t + \alpha + \varphi) \quad \text{com} \\
 I_0 &= \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad \text{e} \\
 \varphi &= -\arctg\left(\frac{\omega L}{R}\right)
 \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

Aqui a constante de fase é negativa e conseqüentemente a curva da corrente é deslocada para a direita em relação à curva da FEM. A Fig. 13 mostra este comportamento. No caso do circuito RL a teoria prevê que $tg(\varphi)$ depende linearmente da freqüência da oscilação com uma inclinação de $2\pi L/R$. **Você deve verificar esta previsão com um gráfico e comentar o resultado no seu relatório.**

Fig. 12 Circuito RL

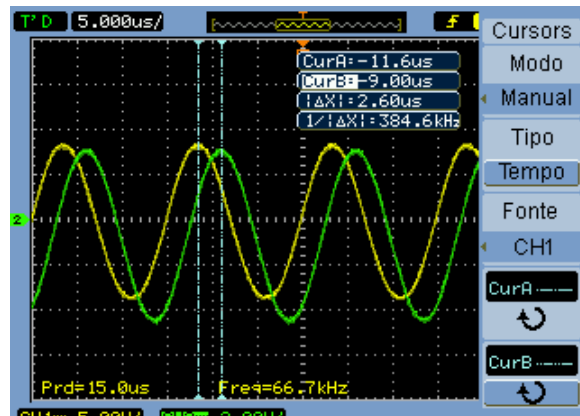
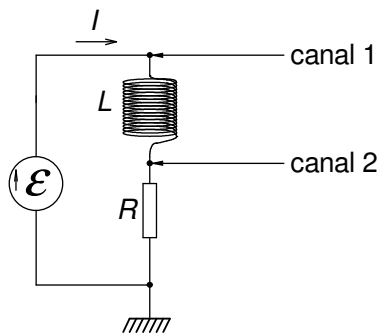


Fig. 13 Uma imagem gravada com um circuito da figura 2 (ou 12). O traço amarelo representa o canal 1 (FEM) e o traço verde o canal 2 (corrente). Repare que a curva que representa a corrente é deslocada para a direita.

Anexo 3 Materiais utilizados

	Descrição	Quantidade
1	Osciloscópio digital	1
2	Ponta de prova	2
3	Gerador de funções	1
4	Cabo coaxial com BNC e jacaré	1
5	Cabos de força	2
6	Fios de laboratório com conector banana (curtos)	2
7	Placa de circuito	1
8	Resistor de 500 Ω	1
9	Capacitor de 0,24 μF	1
10	Indutor de 2,25 mH	1
11	Conectores banana com argolas de engate de ponta de prova	3
12	Porta pilha	1
13	Pilha de 1,5 V	1

