GESTÃO DO RISCO DE MERCADO EM OPERAÇÕES COM DERIVATIVOS NO BRASIL

Eduardo Peres Furlani

MONOGRAFIA SUBMETIDA À COORDENAÇÃO DE CURSO DE ENGENHARIA
DE PRODUÇÃO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA
COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA PRODUÇÃO

Aprovada por:

Profª. Élida Maia Ramires, M.Sc.

Prof. Fernando Marques de Almeida Nogueira, D.Sc.

Prof. Marcos Martins Borges, D.Sc.

JUIZ DE FORA, MG - BRASIL
NOVEMBRO 2009

FURLANI, EDUARDO PERES

Gestão do risco de mercado em operações com derivativos no Brasil

[Minas Gerais] 2009. X, 31 p. 29,7 cm

(EPD/UFJF, Graduação, Engenharia de Produção, 2009) Monografia - Universidade Federal de Juiz de Fora, Departamento de Engenharia de Produção

1. Programação Não Linear,
2. Escolha de Portfólio
3. Derivativos

I. EPD/UFJF II. Título (série)

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais,
Paulo e Wilma.

A minha irmã, Beatriz.

A minha avó Maria José e minha tia Lucy.

Aos meus tios Edson e Izabel.

.

AGRADECIMENTO

Agradeço à Profª Elida por toda paciência, disponibilidade e boa vontade em me ajudar no desenvolvimento deste trabalho e aos Prof. Fernando e Marcos pelo suporte.

Agradeço aos meus amigos de longa data, e aos de datas mais recentes mas nem por isso menos importantes, Renan, Rodrigo, Thalys, Adalberto, Marcella, Djully, Leonardo, Moisés e Aline.

Resumo da monografia apresentada à Coordenação de Curso de Engenharia de Produção como parte dos requisitos necessários para a graduação em Engenharia Produção.

GESTÃO DO RISCO DE MERCADO EM OPERAÇÕES COM DERIVATIVOS NO BRASIL

Eduardo Peres Furlani

Novembro/2009

Orientador: Profª. Élida Maia Ramires

Co-Orientador: Prof. Fernando Marques de Almeida Nogueira

Curso: Engenharia de Produção

Resumo: O presente trabalho apresenta uma das ferramentas de Otimização Matemática, a Programação Não Linear, como metodologia para a formação de uma carteira de opções de compra e venda de ações. A crise de crédito ocorrida no ano de 2008 gerou grande temor nos mercados financeiros. Tal temor dos investidores desencadeia um cenário que estimula a volatilidade dos preços das ações das empresas. O investidor, de forma geral, toma suas decisões baseado nas expectativas de retorno e risco de suas operações. Porém, a infinidade de ativos negociados no mercado impede que o mesmo tome decisões bem fundamentadas baseando-se somente na sua percepção do mercado. Faz-se necessário emprego de uma ferramenta que possibilite ao investidor obter uma solução levando em conta o vasto número de possibilidades e combinações que o mercado permite para a formação do seu portfólio. Este trabalho baseia-se na diversificação da carteira como alternativa para a minimização do risco não-sistemático. A metodologia apresentada neste trabalho pode ser empregada tanto para a minimização do risco de uma carteira para um valor mínimo estipulado para o retorno do investidor quanto para a maximização do retorno levando em consideração um nível máximo de risco ao qual o investidor aceita expor seus recursos.

Palavras-chaves: Riscos, Derivativos e Otimização.

Abstract of Graduation Final Project presented to Production Engineering Department as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Bachelor in Production Engineering.

MARKET RISK MANAGEMENT ON DERIVATIVES TRADING IN BRAZIL

Eduardo Peres Furlani

November/2009

Advisor: Profª. Élida Maia Ramires

Co-Advisor: Prof. Fernando Marques de Almeida Nogueira

Department: Production Engineering

Abstract: The present work aims to present one of Mathematical Optimization, Non Linear Programming, as a tool to choice a portfolio of buy and sell options on stock shares. The bubble of credit that took the world in 2008 generated a considerable amount of fear on financial markets all over the world. Such fear of investors triggers a scenario that stimulates the volatility of stock quotes. The investor, generally, take their decisions based on their return and risk expectations on their trades. Though, the infinity of assets negotiated on markets prevents the average investors to take well reasoned decisions based solely on their own perceptions about the market moves. So, it becomes necessary to use a tool that makes possible to the investor to reach a solution taking in account the vast number of possibilities and combinations that the market allows to the portfolio choice. This work is based on portfolio diversification as a alternative for the non-systematic risk minimization. The methodology presented can be used whether to minimize the risk of a portfolio for a certain level of expected return which the investor considers the minimum desired or to maximize the expected return for a certain level of risk that the investor considers acceptable to expose his recourses.

Key words: Risk, Derivatives and Optimization.

SUMÁRIO

Capítulo I 1
INTRODUÇÃO 1
1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS 1
2. OBJETIVOS 1
3. JUSTIFICATIVAS 1
4. ESCOPO DO TRABALHO 2
5. METODOLOGIA 2
Capítulo II 4
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 4
1. CONCEITOS SOBRE OPÇÕES 4
2. CONCEITOS ESTATÍTICOS APLICADOS À FINANÇAS 6
2.1. Variáveis aleatórias 6
2.2. Valor esperado 6
2.3. Variância e desvio padrão 6
2.4.Covariância e correlação 7
3. CONCEITOS DE GESTÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS 8
3.1. Retorno do portfólio 8
3.2. Desvio-padrão de uma carteira 8
3.3. Mercado eficiente 8
3.4. Risco sistemático, risco não sistemático e diversificação de uma carteira 9
3.5. *CAPM (capital asset pricing model)* 11
3.6. Teoria de Markowitz 14
3.7. Fronteira eficiente 15
Capítulo III 17
PREMISSAS E MODELO 17
1. PREMISSAS ADMITIDAS PARA A FORMULAÇÃO 17
1.1. Tipos de opções utilizadas 17
1.2. *Payoff* esperado 17
1.3. Previsão de cotações na data de vencimento 18
1.4. Probabilidade de execução de uma opção 18
1.5. Contas margem 18
1.6. Dividendos 19

1.7. Riscos tipo 1 e tipo 2 19
2. MODELO DE DECISÃO 21
2.1. Modelo clássico de otimização para carteiras de investimentos 23
2.2. Modelo proposto 24
Capítulo IV 25
ANÁLISE DOS RESULTADOS 25
1. RESULTADOS DO MODELO 25
2. PREVISÃO DOS PREÇOS FUTUROS 28
Capítulo V 30
CONCLUSÕES 30
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 31

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Lucro ou prejuízo em função do preço à vista do ativo-objeto 6
Figura 2 - Diversificação da carteira 11
Figura 3 - Desvio-padrão e retorno de uma carteira formada com ativo com risco e ativo livre de risco 12
Figura 4 - Reta característica 13
Figura 5 - Reta característica e coeficientes 14
Figura 6 - Fronteira eficiente 16
Figura 7 - Máximo local e máximo global 21
Figura 8 - Limite Máximo X Valor Encontrado de R2 26
Figura 9 - Risco do tipo 1 das carteiras ótimas 26
Figura 10 - Risco Total de cada uma das carteiras ótimas 27
Figura 11 - Desvio dos retornos esperados e reais 28

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Número de ações e risco de uma carteira 10
Tabela 2 - Retorno esperado e risco para diferentes composições de uma carteira com dois ativos 15
Tabela 3: Resultado das otimizações 25
Tabela 4: Resumo das previsões 27

Capítulo I
INTRODUÇÃO

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O receio de perdas por parte dos investidores em função de variações dos preços de mercado de ativos financeiros deu origem aos derivativos, que, a princípio deveriam oferecer segurança as operações dos investidores. Segundo ASSAF NETO (2008), o mercado de futuros possibilita a firmação de um contrato de compra ou venda de um determinado ativo em uma data futura acordada no presente. O preço de negociação do ativo na data futura também é pré-estipulado na data de firmação do contrato. Esse preço pré-acordado é denominado preço futuro. Tais acordos de compra e venda em um primeiro momento envolviam apenas produtos agrícolas, como café, soja e trigo. Ao passo que o mercado de capitais também se desenvolvia, essas operações futuras passaram a envolver outros ativos, como ações, índices de preços, moedas e metais. Com o tempo, viu-se que esse mercado oferecia alto potencial de lucratividade.

No ano de 2008 os mercados de ações foram fortemente afetados pelas conseqüências da crise de crédito. Essa instabilidade sobre a disposição dos investidores em aplicar seus recursos financeiros propicia a volatilidade nos preços dos ativos.

1.2. OBJETIVOS

Este trabalho visa apresentar a programação não linear como recurso para a formação de uma carteira de opções de compra e venda de ações. O objetivo é obter o melhor valor possível para o índice de Sharpe da carteira, ou seja, a melhor relação possível entre retorno e risco. A análise é baseada em otimização matemática e as variáveis de decisão são dadas em função das probabilidades de execução da opção e do retorno esperado da execução. O retorno esperado pode ser dado em função do preço projetado para o ativo-objeto na data de vencimento da opção.

2.3. JUSTIFICATIVAS

Os métodos de análise e precificação de opções sobre ativos são basicamente formulados em torno de métodos de análise estatística e probabilidades. Sendo assim, abre-se espaço para pesquisas sobre meios matemáticos e computacionais com foco na maximização da relação entre os retornos financeiros do investidor e a quantidade de risco ao qual o mesmo se expõe para atingir o nível de retorno esperado.

3.4. ESCOPO DO TRABALHO

Este trabalho tratará de uma parte do mercado de futuros, as opções de compra e venda sobre ações de empresas listadas na Bovespa. As opções são negociadas na BM&F. A base de dados para o desenvolvimento será a cotação das ações objetos das opções, sendo que nestes preços fica subentendida a inclusão pelo mercado dos fatos relevantes divulgados pelas empresas no período de análise.

4.5. METODOLOGIA

O Trabalho de Conclusão de Curso foi elaborado considerando 2 aspectos principais: os mercados de futuros e otimização matemática.

O primeiro aspecto considerado, o mercado de futuros, é discutido no item de revisão bibliográfica e dará suporte conceitual para a elaboração do método de formação da carteira. A discussão se inicia com a descrição do funcionamento do mercado de futuros, no qual as opções se inserem. Posteriormente, apresentados os conceitos e teorias nas quais o trabalho se suporta, como a representação matemática do risco, a teoria de formação de carteiras de investimentos e as relações entre retorno e risco.

O aspecto de otimização apresenta a teoria de Otimização Matemática como ferramenta de suporte à decisão. É discutida, no Capítulo 4, a aplicação da Programação Não Linear como ferramenta de apoio a tomada de decisão na elaboração da carteira ótima do ponto de investidor.

A parte do trabalho em que o método é elaborado inicia-se com o levantamento dos preços de fechamento das ações de empresas listadas na Bovespa no período de 2 de Março de 2009 a 30 de Junho de 2009. Essa escolha de situar a base de dados nesse período é proposital, e deve-se a possibilidade de ter como dados para tomada de decisão um mercado com tendência de preços bastante clara. No período o índice Ibovespa se valorizou 35%, com uma taxa média diária de 0,4%. Para a montagem do método de escolha da carteira foram montadas planilhas listando possíveis opções disponíveis no mercado em uma determinada data contendo as principais informações para a tomada de decisão, como o desvio-padrão dos preços da ação-objeto, a tendência de preço da ação-objeto, a probabilidade primária de execução da opção (para esta propriedade será demonstrada como obtê-la no Capítulo 3 – PREMISSAS E MODELO) entre outros dados. Será usado um complemento computacionalmente mais robusto para o *software* EXCEL® da *Microsoft* para o processo de otimização, no qual o software irá modificar a composição da carteira até obter a melhor relação entre o retorno esperado da carteira e o risco ao qual o detentor da carteira estaria exposto. Essa relação será expressa pelo índice de Sharpe.

Após a elaboração do método, e de posse dos resultados que o mesmo é capaz de oferecer, será comparado o retorno real que a carteira montada pelo método proposto

proporcionaria ao investidor após o vencimento ou execução das opções com o retorno do mercado no mesmo período. Nesta fase (Capítulo 4 – ANÁLISE DE RESULTADOS) também serão analisados os principais fatores que se mostrarem mais influentes para os resultados obtidos pelo método proposto. Serão analisadas as oportunidades de melhoria da metodologia, como a previsão de preços futuros das ações, sempre com foco em tornar o sistema de apoio à decisão mais confiável e preciso.

Capítulo II
REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O capítulo de revisão bibliográfica apresenta a teoria na qual o desenvolvimento do trabalho se apóia. A revisão está dividida em três partes: conceitos sobre opções, conceitos sobre estatística aplicada à finanças e conceitos aplicados à gestão de carteira.

1. CONCEITOS SOBRE OPÇÕES

O mercado de opções constitui uma parte do mercado de futuros. Segundo ASSAF NETO (2008), nesse mercado se negocia dois tipos de contratos:

- Opções de compra – *calls*: concedem ao comprador da opção o direito (não uma obrigação) de comprar um determinado ativo em uma data futura, acordada na negociação do contrato, por um preço pré-determinado, também acordado no instante de negociação do contrato. O vendedor da opção assume a obrigação de vender a ação ao detentor da opção se este executá-la.
- Opções de venda – *puts*: concedem ao detentor o direito de vender um determinado ativo por um preço e em uma data futura pré-estabelecidos. O vendedor da opção assume a obrigação de comprar o ativo nas condições estabelecidas no contrato caso o detentor da opção execute-a.

De acordo com MARINS (2004) as opções podem ser classificadas de acordo com o instante de execução do direito pelo detentor:

Tipo Americano: o titular pode exercer a opção em qualquer momento depois de firmado o contrato até a data de vencimento, após essa data o mesmo perde o direito e o lançador fica livre da obrigação assumida.

Tipo Europeu: o titular pode exercer seu direito somente na data de vencimento da opção.

Tipo Brasileiro: o titular pode exercer seu direito no vencimento ou até o vencimento.

Ainda segundo o autor, no mercado brasileiro, as opções de compra mais negociadas são as que permitem a execução até a data de vencimento (tipo americano). As opções de venda geralmente são do tipo europeu, que possibilitam o exercício somente na data de vencimento. O autor cita que o inconveniente de existirem *puts* que permitam o exercício antes da data de vencimento é que "*quando os ativos-objetos se tornam muito inferior ao preço de exercício e a as 'puts' têm liquidez, pode haver uma tendência generalizada de exercício antecipado*" (MARINS, 2008, p. 499). Desse modo os lançadores de opções de venda se retrairiam e o mercado perderia liquidez ao longo do tempo.

Denomina-se *valor intrínseco* de uma opção (MARINS, 2004) a diferença entre o preço de exercício e o preço a vista do ativo-objeto e subtraída o prêmio pago pela opção, ou seja, o valor intrínseco indica o lucro que o exercício da opção proporciona ao seu detentor.

O valor pago pelo comprador ao lançador da opção chama-se prêmio, é o valor do direito que a opção concede ao titular que a possui. Existem vários métodos de precificação de uma opção (MARINS, 2004), mas os mais comuns são o modelo Binomial, o de Black & Scholes e a Simulação de Monte Carlo. Apesar de serem metodologias diferentes os preços obtidos são influenciados quase sempre pelos mesmos fatores, que são (BESSADA *et al*, 2007):

preço de exercício (*Strike-price* ou K): quanto maior for a diferença entre o preço de exercício e o preço à vista do ativo-objeto maior será o prêmio da opção, pois o lucro potencial, ou valor intrínseco da opção, aumenta com a diferença entre o preço de exercício e o preço à vista.

preço de mercado do ativo-objeto *(Spot* ou S*)*: pelo mesmo motivo anterior, quanto maior a diferença entre o preço de exercício e o preço à vista, maior o lucro potencial do comprador.

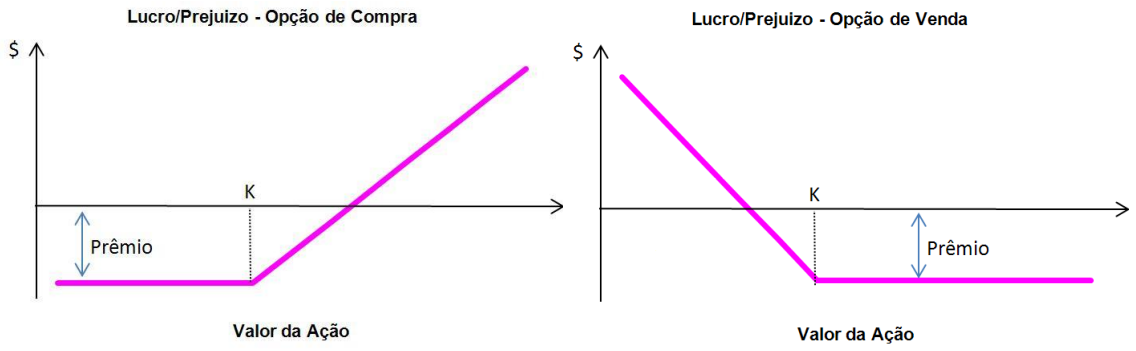
volatilidade do preço do ativo-objeto: maior a volatilidade maior a variação do preço de mercado do ativo-objeto e maior a incerteza quanto ao seu preço no futuro. O prêmio de uma opção é proporcional a volatilidade, pois essa aumenta a probabilidade de exercício da opção.

tempo até o vencimento: quanto mais longe a data de vencimento maior a incerteza sobre o preço a vista do ativo-objeto. Para uma opção de compra a influencia é no sentido de valorizar a opção, aumentando o seu prêmio. Para as opções de venda européias não há um consenso de como este fator influencia no preço, pois pode acontecer o efeito da volatilidade ou redução do prêmio *"devido ao maior tempo para o vencimento (o valor presente do preço de exercício é menor)*" (BESSADA *et al*., 2007, p. 202). No caso de uma opção americana, a possibilidade de exercício antes do vencimento anula a "*desvantagem da redução do valor presente do preço de exercício e, como conseqüência, o efeito do prazo de vencimento será idêntico ao das opções de compra*" (BESSADA *et al*., 2007, p. 202).

A taxa de juros do ativo livre de risco no período de exercício também influencia no prêmio da opção, porém o modelo que este trabalho apresenta não é capaz de incluir essa variável no processo de tomada de decisão.

Abaixo os resultados possíveis de lucro ou prejuízo na execução de opções, sendo que apenas as posições compradas (dos titulares) estão ilustradas:

Figura 1 - Lucro ou prejuízo em função do preço à vista do ativo-objeto



Fonte: adaptado de BESSADA et al., 2007, p. 185 e 192.

2. CONCEITOS ESTATÍTICOS APLICADOS A FINANÇAS

2.1. Variáveis aleatórias

Seja x uma variável qualquer, que seus possíveis valores podem ser descriminados por x_1, x_2 ... x_n e que a cada um desses possíveis resultado está associada uma probabilidade p_i de ocorrência deste resultado. Ainda, a soma das probabilidades de ocorrência de cada um dos possíveis valores é igual a um. Se a variável *x* obedece a essas condições diz-se que *x* é uma variável aleatória em um intervalo discreto.

No caso de o intervalo de possíveis valores de x ser contínuo, *associa-se uma função de densidade de probabilidade p(x)* a esse intervalo de possibilidades (LUENBERGER, 1998). Pode-se considerar a cotação de uma ação uma variável aleatória discreta, dado que os valores dos preços são valores discretos.

2.2. Valor esperado

Chama-se de valor esperado de uma variável aleatória *x*, a soma da multiplicação do possível valor para a variável aleatória x_i (*i=1,2,3...n* possíveis valores) pela sua probabilidade de ocorrência p_i.(LUENBERGER, 1998):

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \tag{2.1}$$

2.3. Variância e desvio padrão

A variância (σ^2) é uma medida de dispersão e um meio de demonstrar o quanto os valores de uma amostra se desviam da média (LUENBERGER, 1998). Quanto maior for o seu valor, maior a probabilidade de uma escolha ao acaso de um elemento da amostra estar

distante do valor esperado. Matematicamente, ela indica o valor esperado da diferença entre um valor qualquer escolhido no intervalo de possibilidades da variável aleatória *x* e o valor médio de *x*.

$$Variância = \sigma^2 = E[(x - \overline{x})^2] \quad (2.2)$$

O mais comum é usar o desvio padrão (σ), que é a raiz quadrada da variância. E dado por:

$$Desvio\ padrão = \sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (2.3)$$

Esse valor é dado na mesma unidade de medida da variável aleatória.

2.4. Covariância e correlação

Quando o valor de uma variável aleatória não depende do valor de outra variável aleatória, estas duas são ditas independentes. Quando há relação dos valores entre as duas variáveis estas são ditas dependentes. A medida dessa dependência é chamada covariância. Sejam duas variáveis aleatórias x_1 e x_2, de médias, $\overline{x_1}$ e $\overline{x_2}$ e seja $E(x_1, x_2)$ os valores esperados para as variáveis x_1 e x_2. A covariância destas duas variáveis pode ser verificada pela fórmula abaixo (LUENBERGER, 1998):

$$cov(x_1, x_2) = \sigma_{12} = E(x_1, x_2) - \overline{x_1} * \overline{x_2} \quad (2.4)$$

A covariância entre duas variáveis aleatórias é representada pela letra grega σ acompanhada dos índices que representam as variáveis (neste caso, σ_{12}). Outra medida de dependência entre duas variáveis é a correlação, expressa pela letra grega ρ (neste exemplo, ρ_{12}) e pode ser obtida pela covariância das variáveis e seus respectivos desvios-padrões (LUENBERGER, 1998):

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2} \quad (2.5)$$

Quando este valor é igual a zero as variáveis aleatórias são chamadas "não correlacionadas", ou seja, não existe relação entre os valores assumidos por estas variáveis. Se o valor se encontra entre zero e um, as variáveis são ditas positivamente correlacionadas e, portanto, a variação de uma das variáveis implica na variação da outra no mesmo sentido. A intensidade deste acompanhamento é dada pelo módulo de ρ_{12}, quanto este vale um (1), as variações são constantes e no mesmo sentido para as duas séries de dados. No caso de

o valor estar entre zero e menos um as variáveis são ditas negativamente correlacionadas e a variação de uma variável implica na variação em direção contrária da outra. Se o valor for igual a menos um (-1), a variação no valor de uma variável implica que para uma variação constante de uma série a variação da outra série também será constante (LUENBERGER, 1998).

3. CONCEITOS DE GESTÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS

3.1. Retorno do portfólio

Em uma carteira de ativos, onde (*i*) identifica um ativo da carteira, com base na taxa de retorno esperada $E(r_i)$ de cada ativo e o peso (w_i), ou a porção daquele ativo na composição do portfólio, pode-se calcular a taxa de retorno esperada da carteira (LUENBERGER, 1998). A soma dos pesos dos ativos deve ser igual a 1, ou 100% da carteira.

A taxa de retorno esperada da carteira é obtida pelo somatório da multiplicação dos valores esperados para as taxas de retorno de cada ativo i pelo seu respectivo peso na composição da carteira até o enésimo componente.

$$E(R) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) + \ldots + w_n E(r_n) \tag{2.6}$$

3.2. Desvio-padrão de uma carteira

A variância de uma carteira de ativos é resultante das variâncias dos ativos que a compõem (ASSAF NETO, 2008), da participação de cada ativo e das suas correlações (ASSAF NETO, 2008). Dada essa correlação entre os ativos, o risco da carteira pode ser minimizado pela escolha de ativos com correlação negativa entre si. O desvio-padrão da carteira com um número n de ativos é dado pela fórmula abaixo (ASSAF NETO, 2008):

$$\sigma_{portfolio} = \left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j \right]^{\frac{1}{2}} \tag{2.7}$$

3.3. Mercado eficiente

Segundo ROSS e WESTERFIELD (2008), um mercado é dito eficiente quando "*os preços dos ativos refletem as informações disponíveis*" (ROSS e WESTERFIELD, 2008, p.

279) sobre a empresa. Para ASSAF NETO (2008) em um mercado eficiente "*o preço de um ativo qualquer é formado a partir das diversas informações publicamente disponíveis aos investidores, sendo as decisões de compra e venda tomadas com base em suas interpretações dos fatos relevantes*" (ASSAF NETO, 2008, p. 207). Desse modo, as cotações das ações variam com a divulgação de informações sobre a empresa e com as perspectivas dos participantes do mercado para as mesmas.

Outro aspecto para classificar um mercado de capitais como eficiente é a velocidade com que os preços refletem as novas informações. Essa velocidade é chamada de "reação" (ROSS e WESTERFIELD, 2008) do mercado. A "reação em mercado eficiente" preconiza que todas as informações são refletidas no preço instantaneamente. Quando as informações são incluídas no preço aos poucos a reação é chamada "retardada". Quando a variação no preço é exagerada e depois corrigida para o patamar que realmente reflete o conteúdo das informações a reação é dita "exagerada e correção".

3.4. Risco sistemático, risco não sistemático e diversificação de uma carteira

De acordo ASSAF NETO (2008), o risco indica "*o nível de incerteza associado a um acontecimento*" (ASSAF NETO, 2008, p. 209) e o risco total ao qual um investimento está exposto se divide em risco *econômico* e *financeiro*. As origens do risco econômico podem ser conjunturais (depende, por exemplo, da economia do país), de mercado (concorrência) e da gestão estratégica da empresa. O risco financeiro está relacionado com as decisões de curto prazo da empresa com relação ao seu endividamento e capacidade de pagamento.

O autor classifica o risco econômico como risco sistemático ou conjuntural e o risco financeiro como não sistemático sendo que o risco sistemático é, na prática, impossível de ser eliminado, pois suas origens não estão sob a decisão dos investidores. Este tipo de risco é "*inerente a todos os ativos negociados no mercado, sendo determinado por eventos de natureza política, econômica e social*" (ASSAF NETO, 2008, p. 209). O autor cita que o risco sistemático tem suas origens nas taxas de juros da economia, no processo inflacionário e na situação política do país. Já o risco não sistemático tem origem nas características do próprio ativo e pode ser minimizado pela inclusão na carteira de ativos negativamente correlacionados.

ROSS e WESTERFIELD (2008) também apontam a diversificação dos ativos na carteira como forma de minimizar o risco não sistemático. Segundo o autor o risco não sistemático "*é essencialmente eliminado pela diversificação; portanto, uma carteira relativamente grande praticamente não tem risco não sistemático*" (ROSS *et al.*, 2008, p. 299). Porém, existe um limite para a diversificação minimizar o risco financeiro. A tabela abaixo "*ilustra médias típicas de desvios-padrões de carteiras que contém números*

*diferentes de títulos negociados na Nyse (*New York Stock Exchange) *selecionados aleatoriamente*" (ROSS e WESTERFIELD, 2008, p. 297):

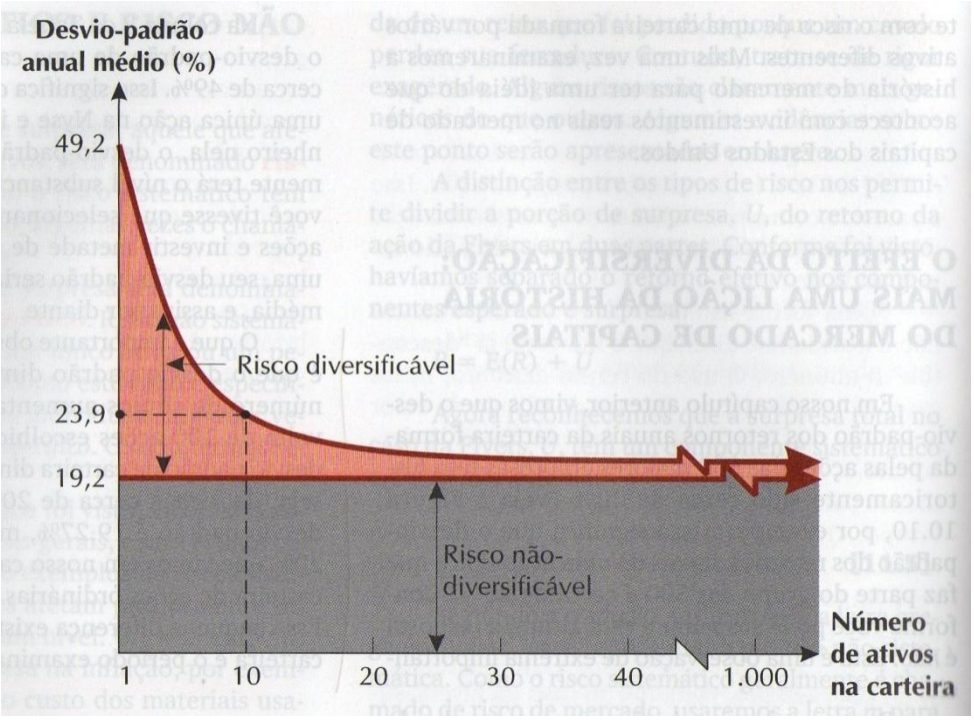
Tabela 1: Número de ações e risco de uma carteira

(1) Número de Ações da Carteira	(2) Desvio-padrão médio dos Retornos Anuais da Carteira	(3) Razão entre o Desvio-padrão da Carteira e o Desvio-padrão de uma Única Ação
1	49,24%	1,00
2	37,36	0,76
4	29,69	0,60
6	26,64	0,54
8	24,98	0,51
10	23,93	0,49
20	21,68	0,44
30	20,87	0,42
40	20,46	0,42
50	20,20	0,41
100	19,69	0,40
200	19,42	0,39
300	19,34	0,39
400	19,29	0,39
500	19,27	0,39
1.000	19,21	0,39

. Fonte: ROSS e WESTERFIELD., 2008, página 297.

Pela tabela acima é possível observar que a medida que é aumentado o número de ativos em uma carteira consegue-se diminuir o nível de risco que a mesma apresenta. Porém existe um limite para a minimização desse risco. A carteira com 100 ativos apresenta risco 60% menor do que a carteira com apenas 1 ativo, mas uma carteira com 200 ativos apresenta risco apenas 1% menor do que a carteira com 100 ativos, mesmo com a inclusão de 100 novos ativos. Essa observação é a base do princípio da diversificação que segundo ROSS e WESTERFIELD (2008) dizem que "*a distribuição de um investimento em vários ativos irá eliminar em parte, mas não a totalidade do risco*" (ROSS e WESTERFIELD, 2008, p. 298). O motivo pelo qual a diversificação não é capaz de eliminar totalmente o risco é que o risco total de um investimento é formado pelo risco dos seus ativos e do próprio mercado ao qual está inserido. A diversificação consegue atuar apenas no risco não-sistemático, pois esse tem origem nas particularidades dos próprios ativos. Já o risco sistemático, ou de mercado, é inerente a conjuntura do momento e todos os ativos estão sujeitos a esta incerteza. Na figura 2 representada abaixo pode-se evidenciar a distribuição entre risco sistemático e não sistemático para as carteiras da Tabela 1:

Figura 2: Diversificação da carteira



. Fonte: ROSS e WESTERFILD, 2008, página 298.

3.5. *CAPM (capital asset pricing model)*

Segundo ROSS *et al.* (2008), historicamente no mercado de capitais, pode-se esperar uma recompensa por assumir riscos. Essa recompensa é necessária, pois não há motivos para assumir riscos sem a esperança de receber, no futuro, um prêmio ou algum retorno extra que faça a exposição ao risco valer à pena. Para ROSS e WESTERFIELD. (2008):

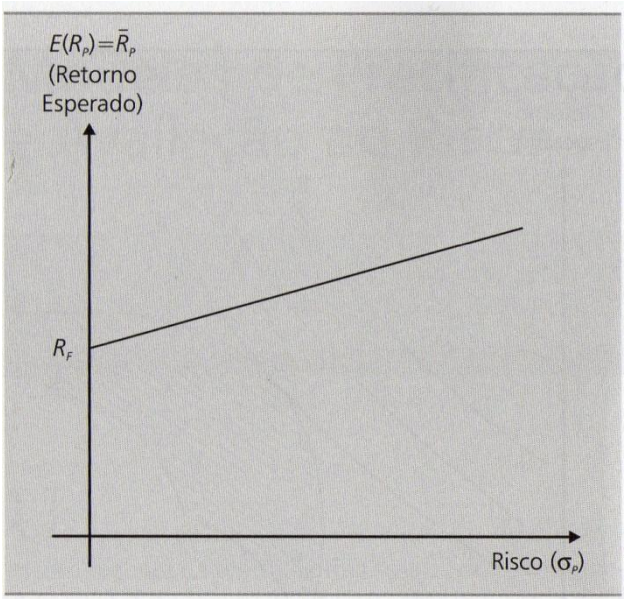
> *"O princípio do risco sistemático afirma que a recompensa por assumir risco depende apenas do risco sistemático de um investimento. O raciocínio por trás desse princípio é simples: como o risco não sistemático pode ser eliminado virtualmente a custo nulo (por meio da diversificação), não pode existir recompensa por assumi-lo. Em outras palavras o mercado não recompensa riscos desnecessários".* Fonte: ROSS *et al*, 2008, página 300.

Com isso os autores afirmam que o "*retorno esperado de um ativo depende unicamente do risco sistemático desse ativo*" (ROSS e WESTERFIELD, 2008, p. 300). Essa afirmação implica em outro princípio, que preconiza que "*independentemente de quanto risco total um ativo tenha, apenas a porção de risco sistemático é relevante para determinar o retorno esperado (e o prêmio por risco) desse ativo*" (ROSS e WESTERFIELD, 2008, p. 300).

A medida de risco sistemático que um ativo tem é denominada coeficiente beta. Para ASSAF NETO (2008) esse valor indica o "*incremento necessário no retorno de um*

ativo de forma a remunerar adequadamente seu risco sistemático" (ASSAF NETO, 2008, p. 230). Uma premissa para o desenvolvimento do CAPM é a de que existe no mercado algum ativo com uma taxa de retorno livre de risco (R_f), denominado ativo livre de risco. Quando se forma uma carteira que em sua composição apresente ativos com e sem risco, a relação entre risco e retorno para as diferentes combinações de peso dos ativos na carteira assume a forma de uma reta, como ilustra a figura abaixo.

Figura 3: Desvio-padrão e retorno de uma carteira formada com ativo com risco e ativo livre de risco

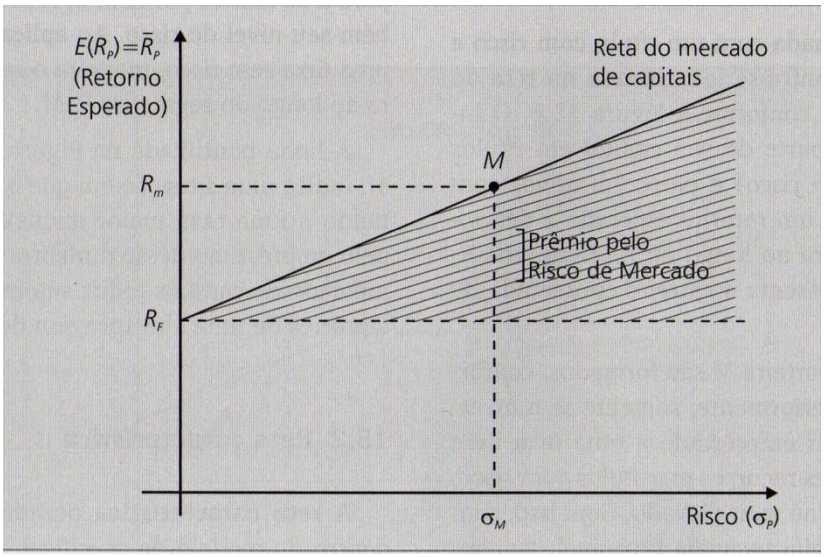


Fonte: ASSAF NETO, 2008, página 232.

Se for considerada uma carteira composta por todos os ativos do mercado, essa carteira apresentará certo retorno e risco. O retorno dessa carteira é denominado retorno de mercado (R_m) e o risco, por sua vez, denominado risco de mercado (σ_m). Na prática, esses valores são obtidos por índices do mercado em questão, no Brasil o risco e o retorno do mercado de ações são indicados pelo índice IBOVESPA (ASSAF NETO, 2008).

A diferença entre os valores do retorno esperado do mercado e do ativo livre de risco é denominada prêmio pelo risco de mercado, o mesmo conceito é valido para qualquer ativo, a diferença entre seu retorno esperado e o do ativo livre de risco é denominado prêmio de risco do ativo (ASSAF NETO, 2008).

Figura 4: Reta característica



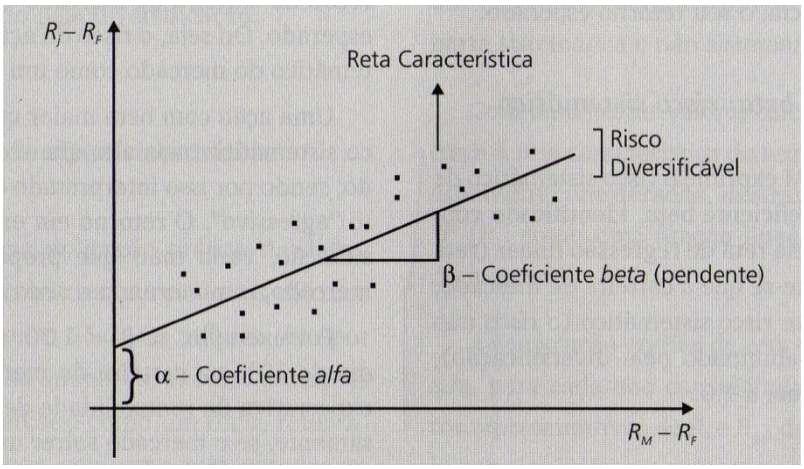
Fonte: ASSAF NETO, 2008, página 233.

Dado existir uma forte correlação entre o comportamento dos ativos no mercado com a carteira de mercado é interessante poder conhecer as reações nos retornos dos ativos quando há alterações no retorno de mercado. Para relacionar os retornos de um ativo qualquer (R_j) com o da carteira de mercado (R_m) é usada a reta característica. Essa reta é obtida pela plotagem dos retornos históricos do ativo e dos retornos da carteira de mercado em um gráfico cujos eixos indicam a diferença dos retornos do ativo e do mercado em relação ao do ativo livre de risco. Como estas duas variáveis são positivamente correlacionadas a equação da reta característica é obtida por regressão linear e expressa pela relação (ASSAF NETO, 2008, p. 235):

$$R_j - R_f = \alpha + \beta * (R_m - R_f) \qquad (2.8)$$

E é graficamente representada da seguinte forma:

Figura 5: Reta característica e coeficientes



Fonte: ASSAF NETO, 2008, página 235

O coeficiente beta (β) indica o coeficiente angular da reta característica (ASSAF NETO, 2008). Para fins práticos esse valor representa o risco do ativo com relação ao do mercado, ou seja, a sensibilidade do ativo em relação à variações na carteira de mercado. Para beta com valor 1, a mesma variação da carteira de mercado é percebida no retorno do ativo. No caso de beta com valor 2, uma variação do mercado é percebida com o dobro da intensidade no ativo.

O coeficiente alfa (α), ou coeficiente linear, indica o "*retorno esperado em excesso de um ativo na hipótese de o retorno em excesso da carteira de mercado ser nulo*" (ASSAF NETO, 2008, p. 236) ou o rendimento esperado do ativo acima do rendimento do mercado como prêmio de risco do ativo.

3.6. Teoria de Markowitz

A teoria de seleção de carteiras foi desenvolvida por Harry Markowitz e publicada em seu trabalho intitulado *Portfolio selection* em 1959 (ASSAF NETO, 2008). Até hoje é considerado o conceito mais moderno de gestão de carteiras e é baseado na diversificação dos componentes da carteira e na inclusão no portfólio de ativos negativamente correlacionados como meio de minimizar o risco total. Abaixo um exemplo para uma carteira com dois ativos:

Tabela 2: Retorno esperado e risco para diferentes composições de uma carteira com dois ativos

Carteira	Participação do Ativo X (W_X)	Participação do Ativo Y (W_Y)	Retorno Esperado $E(R_P) = \overline{R}_P$	Risco (σ_P)
1	0%	100%	12,45%	13,37%
2	10%	90%	13,13%	13,16%
3	15%	85%	13,47%	13,52%
4	25%	75%	14,15%	15,08%
5	50%	50%	15,85%	22,12%
6	75%	25%	17,55%	31,05%
7	85%	15%	18,23%	34,80%
8	90%	10%	18,57%	36,70%
9	100%	0%	19,25%	40,65%

.Fonte: ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado financeiro**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2008, página 235

Segundo ASSAF NETO (2008), a teoria de seleção de carteiras "*procura identificar a melhor combinação possível de ativo, obedecendo às preferências do investidor com relação ao risco e retorno esperados*" (ASSAF NETO, 2008, p. 220), isto é, a teoria de seleção de carteiras busca maximizar a satisfação do investidor. Para LUENBERGER (1998), o objetivo da teoria de Markowitz é reduzir o risco da carteira por meio da combinação de ativos negativamente correlacionados, o que pode ser escrito matematicamente da seguinte forma:

$$minimizar \quad \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} \sigma_{ij} w_i w_j \tag{2.9}$$

$$sujeito\ a \quad \sum_{i=1}^{n} E(R_i) w_i = E(R) \tag{2.10}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \tag{2.11}$$

$$w_i \geq 0\ for\ i = 1, 2, \dots, n \tag{2.12}$$

A medida de risco utilizada na formulação acima é a variância da carteira e o retorno $E(R)$ é pré-fixado. Ou seja, a solução do problema acima retorna o risco mínimo das possíveis carteiras para um determinado retorno.

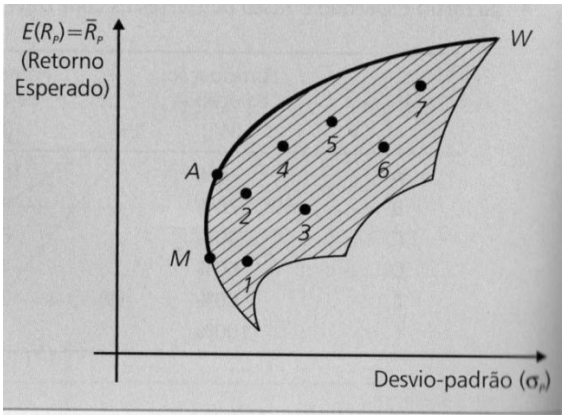
3.7. Fronteira eficiente

Um investidor racional deseja obter o máximo retorno no seu investimento, porém, ao mesmo tempo deseja expor seus recursos ao mínimo de risco necessário. Se todas as possíveis carteiras combinando os diferentes ativos do mercado haverá um limite para a recompensa que a exposição ao risco reflete em retorno ao investidor. A linha das carteiras

que apresentam o máximo retorno para um determinado nível de risco é chamada fronteira eficiente. Segundo ASSAF NETO (2008), na fronteira eficiente "*é possível selecionar uma carteira que apresenta, para um determinado retorno, o menor risco possível*".

O gráfico abaixo mostra a fronteira eficiente indicada pelo segmento entre os pontos M e W. As carteiras sobre esses pontos são as carteiras mais eficientes na relação retorno e risco. As carteiras indicadas pelos números de 1 até 7 são carteiras que apresentam risco desnecessário para o retorno que proporcionam.

Figura 6: Fronteira eficiente



Fonte: ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado financeiro**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2008, página 228.

Capítulo III
PREMISSAS E MODELO

Neste capítulo serão apresentadas as premissas admitidas para a formulação do modelo, bem como o modelo de programação não linear largamente utilizado para gestão de carteiras de ações. Ainda, é apresentado o modelo proposto pelo trabalho.

1. PREMISSAS ADMITIDAS PARA A FORMULAÇÃO

1.1. Tipos de opções utilizadas

Serão utilizadas neste trabalho apenas as opções chamadas européias. O principal motivo é a maneira como são exercidas, apenas na data de vencimento. As opções americanas podem ser exercidas antes da data de vencimento. A possibilidade de exercício em uma data qualquer até o vencimento pode ser considerado um fator de influência no preço da opção. Porém não é possível afirmar com algum nível de certeza como o tempo até o vencimento influencia o preço de uma opção européia. A decisão de exercer o direito dado pela opção americana pode ser dada pela necessidade momentânea do titular ou alguma variação brusca e imprevisível do valor do ativo-objeto e quanto maior o intervalo mais oportunidades de exercício o titular tem. A opção americana oferece mais liberdade de operações para o titular, nesse caso é possível afirmar que o preço aumenta conforme aumenta o prazo até o vencimento. Para as opções européias a direção da influência do tempo até vencimento no preço de uma opção é incerta (HULL, 2005, pg 228). Quanto mais longe o horizonte de previsão do comportamento do preço do ativo-objeto mais incerteza se tem sobre o mesmo.

O modelo proposto neste trabalho não pretende entrar nessa discussão e a inclusão pode influir negativamente na tomada de decisão e prejudicar o resultado final do trabalho. Ainda, o processo de escolha da carteira proposto não é suficientemente sofisticado para incluir esse tipo de variável de forma satisfatória.

1.2. *Payoff* esperado

O *payoff* esperado, apesar de parecer, não representa propriamente o resultado esperado da operação. Mas, funciona como mecanismo de apoio a tomada de decisão para o modelo, pois considera a capacidade de gerar retorno daquela operação em comparação com os outros elementos da carteira, e ainda, leva em conta a volatilidade da ação-objeto para incluir o risco associado a flutuação de preço da ação-objeto.

1.3. Previsão de cotações na data de vencimento

Mesmo que o modelo apresentado seja um teste inicial é bastante óbvio que o modo como os preços dos ativos-objetos é previsto tem grande impacto na decisão e na qualidade dos resultados entregues. Como o objetivo deste trabalho não é usar o modelo em um ambiente comercial, no qual certa quantidade de dinheiro real está envolvida, o método escolhido será a regressão linear. Essa escolha é dada por 2 principais motivos:

1°) pela facilidade com que pode ser implementado computacionalmente e;

2°) como a janela de dados para essa decisão será relativamente pequena, poucos dias antes da data de firmação do contrato, influencias como sazonalidade não interfeririam nas projeções.

De qualquer forma, abre-se uma oportunidade de comparar qual modelo estatístico de previsão apresenta melhores resultados neste tipo de aplicação.

1.4. Probabilidade de execução de uma opção

Uma aproximação bastante simples para o cálculo da probabilidade de execução de uma opção pode ser feita pela contagem das vezes em que a mesma pode ser exercida durante um determinado período dividido pelo número total de observações. Por exemplo, um opção de compra pode ser exercida com potencial de lucro para o titular (respeitando as características do contrato quanto as datas de exercício e o prêmio da opção) sempre que o preço de exercício (K) for menor que o preço em que o ativo-objeto estiver sendo negociado no mercado a vista (S), isso significa sempre que:

$$K < S \tag{3.1}$$

O raciocínio contrário é válido para uma opção de venda, esta, por sua vez, apresenta potencial de exercício com lucro para o investidor sempre que o preço de exercício for maior que o preço de mercado do ativo-objeto:

$$K > S \tag{3.2}$$

1.5. Contas margem

Em operações com derivativos é comum que sejam exigidos depósitos de garantia durante o prazo de vigência do contrato. Segundo Hull (2005), no caso de opções sobre ações é exigido o pagamento integral do valor da opção na data de firmação do contrato, pois as próprias opções já implicam em alto grau de alavancagem. Sendo que as operações com opções já implicam em alto grau de risco, uma compra de opções na margem levaria o

grau de exposição do investidor a patamares inaceitáveis. O tamanho das contas margens depende das circunstâncias.

Neste trabalho também será considerado que é possível que o investidor compre uma opção de venda sem que a necessidade de ter em carteira a ação-objeto. Por exemplo, se o investidor tem em carteira uma opção de venda sobre a ação X e no vencimento da opção o exercício for lucrativo considera-se que o investidor pode comprar a ação no mercado a vista e vende-la, por meio do exercício da opção, pelo preço de exercício daquela opção.

1.6. Dividendos

Dada a simplicidade do modelo proposto e do objetivo de iniciar uma análise do uso da ferramenta programação linear para a formação de carteiras é preferível que não sejam incluídas variáveis que não possam ser encaradas como de controle. Ainda, o modelo é uma proposta inicial e não tem o objetivo de uso comercial na forma como elaborado neste trabalho. Ao fim deste trabalho o modelo ainda seria muito simplório para o uso profissional, e a inclusão de aspectos semelhantes tornaria a proposta muito sofisticada para um estudo inicial no ambiente acadêmico.

1.7. Riscos tipo 1 e tipo 2

Além do risco associado a flutuação dos preços dos ativos-objeto existe, quando se negocia com opções, o risco da perda do prêmio pago pela opção. O riso do tipo 1 está associado a correlação Conforme visto anteriormente (no item 3.2 do Capítulo II), o risco do tipo 1 pode ser minimizado pela escolha de ativos com baixa correlação entre os retornos diários que estes apresentam. Já o risco do tipo 2 não apresenta nenhum meio de ser minimizado, fica a cargo do modelo escolher opções que balancem o nível de risco ao qual o investidor esteja disposto a se expor e o retorno esperado que o mesmo deseje.

O cálculo do risco do tipo 2 é uma função do valor pago pela opção e da probabilidade de não ser exercida essa opção, isto é, o valor pago pelo investidor para ter o direito de compra ou venda de uma determinada ação e na data de vencimento é decidido não exercer o seu direito. Essa decisão é tomada comparando-se o prejuízo realizado pela execução ou não da opção. Se o prejuízo de não execução for menor que o prejuízo de execução o investidor optará por perder o prêmio e evitar um prejuízo maior.

Os fatores de influencia para a probabilidade de execução da opção são funções diretas da volatilidade dos retornos da ação-objeto, da tendência de preço da ação-objeto e da distância entre o preço real de negociação da ação-objeto no mercado a vista e do preço de exercício da opção.

O cálculo desse risco pode ser feito da seguinte maneira:

$$Risco\ Tipo\ 2 = prob.\ de\ não\ exercício * prêmio\ pago \tag{3.3}$$

O cálculo nada mais é do que o payoff de uma não execução. Porém este termo não será utilizado para descriminar este tipo de risco pela facilidade com que pode ser confundido com o payoff esperado de uma execução.

Uma "artimanha" será utilizada para não confundir o modelo na determinação da melhor carteira. Os riscos do tipo 1 e 2 têm escalas diferentes, da ordem de 10^{-3} e 10^{1}, respectivamente. A grandeza do risco do tipo 1 muito abaixo da que seria normalmente esperada para o ambiente de renda variável se deve a alta correlação dos ativos em estudo com o índice Ibovespa. Isto não é nenhuma surpresa, pois todos são componentes do índice e estão entre os que têm a maior participação na composição. Soma-se ainda o fato de o próprio índice ter apresentado uma valorização de 35% no período a taxa média diária de 0,43%.

Para evitar que essas diferenças entre as escalas de grandeza influenciem o modelo a tomar uma decisão errada, por exemplo, montando uma carteira levando em conta apenas o risco do tipo 2 por ser, em questões de valor absoluto, maior que o risco do tipo 1, o valor do risco do tipo 1 será multiplicado por 10^{3} para que ambos estejam na mesma escala quando o modelo for analisá-los. Por exemplo:

Uma carteira com opções sobre duas ações-objetos, PETR4 e VALE5, com uma única opção para cada uma das ações-objetos e 50% dos recursos alocados em cada uma das opções, apresenta os seguintes componentes de risco:

- Risco do tipo 1: 2,38%, com PETR4 apresentando 2,26% e VALE5, 2,71%. É interessante observar que mesmo com a mesma participação para cada ação na carteira o risco dessa associação fica mais perto do da de menor risco. Isso se deve ao fato de a correlação entre os retornos das ações ter correlação menor que 1, na realidade a correlação encontrada é de 0,8472. Ressalta-se a importância da diversificação da carteira como meio de minimização do risco.
- Risco do tipo 2: Se as opções escolhidas para cada uma das ações apresentarem preços de exercício de R$30,00 e R$ 27,00, respectivamente, e seus prêmios de R$ 3,05 e R$ 3,25, respectivamente. Pela série histórica a probabilidade de não execução é de 58,33% e 0,47%, respectivamente. O risco do tipo 2 associado a essa carteira, ou de uma carteira com n ações e N opções, pode ser calcula do da seguinte maneira:

$$Risco\ Tipo\ 2_{cart} = \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{n} peso_{i,j} * prob\ de\ não\ exercício_{i,j} * prêmio_{i,j} \tag{3.4}$$

Para carteira do exemplo, o risco do tipo 2 associado é de R$ 0,51, que nada mais é do que a perda provável, em dinheiro, caso as opções não sejam possíveis de serem exercidas com lucro.

2. MODELO DE DECISÃO

A seleção de uma carteira de investimentos pode ser tratada como um problema de programação não linear, visto que a expressão para o retorno esperado é da forma:

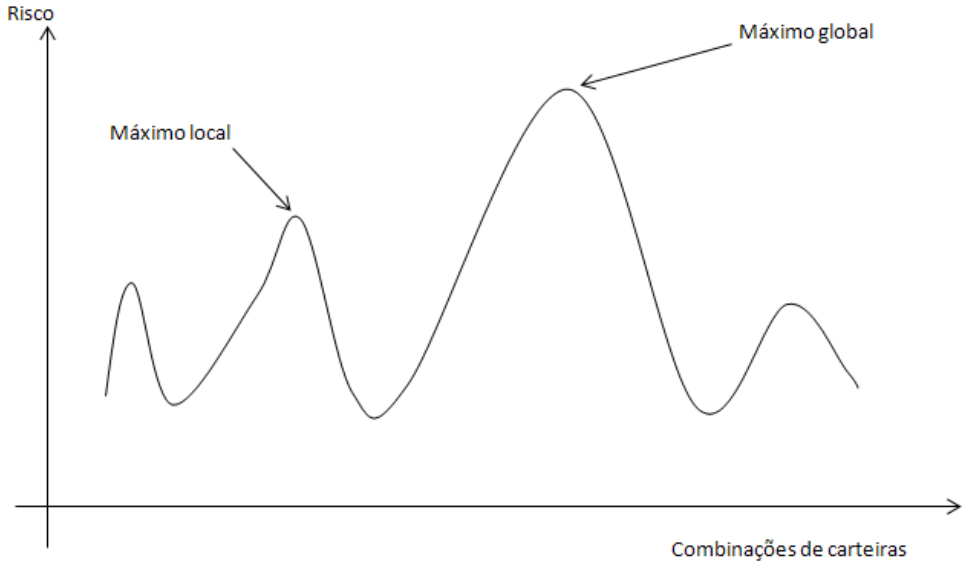
$$E(R) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) + \ldots + w_n E(r_n) \tag{3.5}$$

E o risco pela expressão não linear (ASSAF NETO, 2008):

$$\sigma_{portfolio} = \left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j \right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.6}$$

Nesse caso, o Solver padrão do Excel pode não ser capaz de garantir a solução ótima global para o problema. Para eliminar essa possibilidade será utilizado o complemento para o programa da Microsoft denominada Risk Solver Platform V9.5 desenvolvido pela empresa Frontline Systems, Inc.

Figura 7: Máximo local e máximo global.



Fonte: elaborado peloo autor

Apesar da principal medida de risco de uma carteira de investimentos, a variância, ser dada pela função (3.6) mostrada acima, na prática, pode ser calculada com operação de

matrizes (CAPINSKI e ZASTAWNIAK, 2003). Seja C a matriz de covariância dos ativos. Essa matriz é quadrada com numero de linhas (x) e colunas (y) iguais ao número de ativos que compõem a carteira.

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & & \sigma_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

Na matriz quando x ≠ y, tal elemento é representado pela covariância entre os ativos x e y. Se x = y, o elemento é a própria variância do ativo de número x.

O peso de cada um dos ativos na carteira seja representado pelo vetor w , de tamanho igual ao número de ativos na carteira, e que cuja transposição seja representada por w^T :

$$w = [\, w_1 \quad w_2 \quad \cdots \quad w_n \,] \tag{3.8}$$

A soma dos elementos da matriz deve ser igual a 1.

A variância da carteira pode ser obtida pela multiplicação das matrizes conforme (CAPINSKI e ZASTAWNIAK, 2003, p. 108):

$$\sigma^2_{portfolio} = wCw^T \tag{3.9}$$

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância, facilmente obtido por:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \tag{3.10}$$

Para a projeção do retorno esperado da execução ou não execução de uma opção será considerado retorno a diferença entre o preço na data de vencimento (SpotProjetado) e o preço na data de firmação do contrato (Strike), incluindo o prêmio pago pela opção(*j*) da ação (*i*) .

Para uma opção de compra:

$$E(R_{i,j}) = máximo\ [-prêmio\,;\ SpotProjetado - strike - prêmio] \tag{3.11}$$

Para uma opção de venda:

$$E(R_{i,j}) = máximo\ [-prêmio\ ;\ strike - SpotProjetado - \ prêmio] \qquad (3.12)$$

Na função objetivo a ser maximizada para obter o melhor índice de retorno será inserido o pay-off esperado em lugar do retorno esperado. Isso se deve a necessidade de considerar a probabilidade de execução da opção. O payoff esperado é calculado da seguinte maneira:

$$Payoff_{i,j} = probabilidade\ de\ strike_{i,j} * E(R_{i,j}) \qquad (3.13)$$

Como aproximação da probabilidade de execução será analisada a freqüência com que a cotação da ação-objeto atinge o preço de exercício da opção com base na série histórica da ação-objeto.

2.1. Modelo clássico de otimização para carteiras de investimentos

O campo de Pesquisa Operacional é bastante vasto e os livros sobre o assunto trazem, de uma forma geral, modelos para problemas genéricos e que podem ser facilmente identificados. O modelo de otimização de carteiras de investimentos com ativos que apresentam risco faz parte desse conjunto de problemas clássicos. HILLIER e LIEBERMAN (2001) apresentam o problema modelado da seguinte maneira, para uma carteira com n ativos:

Seja $R(x)$ a medida do retorno da carteira e calculado da seguinte forma:

$$R(x) = \sum_{j=1}^{n} \mu_j x_j \qquad (3.14)$$

E a variância da carteira $V(x)$:

$$V(x) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i\, x_j \qquad (3.15)$$

Onde μ_j indica o retorno médio da ação j , x_j indica o peso da ação j na carteira e σ_{ij} reflete a covariância entre as ações i e j , quando $j \neq i$. O modelo fica:

$$minimizar \quad V(x) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i\, x_j \qquad (3.16)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{n} \mu_j x_j \geq L \tag{3.17}$$

$$\sum_{j=1}^{n} P_j x_j \leq B \tag{3.18}$$

$$x_j \geq 0 \quad para\ j = 1,2,\ldots,n \tag{3.19}$$

Onde L é retorno mínimo aceitável para a carteira, P_j é o preço de cada ação j e B é a quantia máxima de dinheiro disponível para a formação da carteira.

Nesse problema clássico é indicado um valor mínimo de retorno o qual o investidor espera que o investimento proporcione, então, a partir desse dado, o modelo monta a combinação de ações que apresente o menor risco possível para o retorno pré-determinado. Para esse modelo é possível obter uma formulação dual, na qual é pré-estabelecido um nível máximo de risco aceitável e maximiza-se o retorno esperado em função desse determinado valor de risco.

2.2. Modelo proposto

A formulação do modelo matemático apresentado como resultado do estudo deste trabalho é a que segue abaixo:

$$maximizar\ Z = \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{n} w_{i,j} * p_{i,j} \tag{3.20}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{I=1}^{n} \sigma_{iI} w_i\, w_I \leq R1 \tag{3.21}$$

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{n} w_{i,j} * C_{i,j} * P_{i,j} \leq R2 \tag{3.22}$$

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{n} w_{i,j} \leq 1 \tag{3.23}$$

$$w_{i,j} \geq 0 \quad para\ i = 1,2,\ldots,n, I = 1,2,\ldots n\ e\ j = 1,2,\ldots,N \tag{3.24}$$

Onde $R1$ indica o nível máximo de risco do Tipo 1, $R2$ indica o nível máximo de risco do Tipo 2, $p_{i,j}$ indica o *payoff* da opção j da ação i, $C_{i,j}$ indica a probabilidade de não execução da opção j da ação i e $P_{i,j}$ é o prêmio pago pela opção j da ação i.

Capítulo IV
ANÁLISE DOS RESULTADOS

1. RESULTADOS DO MODELO

Para a análise inicial do modelo foram realizadas 20 otimizações para diferentes níveis de risco assumido. Para os diferentes níveis de risco aceitáveis os resultados para o retorno e outros parâmetros das carteiras (montadas com base na evolução das ações no período mencionado no item Metodologia do Capítulo I) são os que seguem:

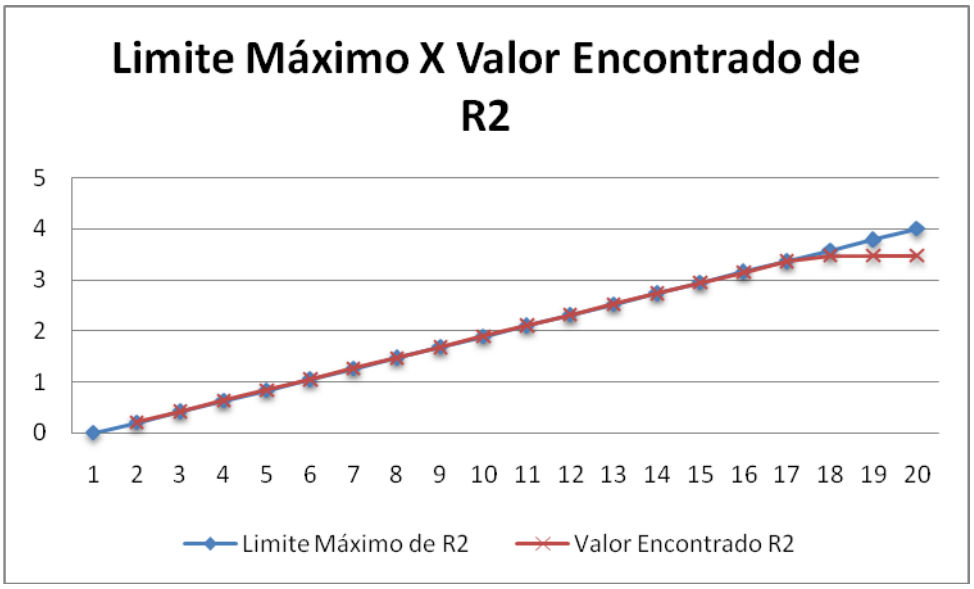
Tabela 3: Resultado das otimizações

Opt #	Limite Máximo de R2	Valor Encontrado R2	Payoff da carteira	Retorno esperado da carteira	Retorno esperado da carteira (%)	Retorno real da carteira	Retorno real da carteira (%)	R1 da carteira	Risco Total	Montante investido
1	0									
2	0,210526	0,210526	2,87	R$ 2,96	36,38%	R$ 2,29	31,63%	0,001333	13,544709	R$ 7,93
3	0,421053	0,421053	3,43	R$ 3,62	37,08%	R$ 2,12	29,50%	0,001173	12,151967	R$ 9,21
4	0,631579	0,631579	3,98	R$ 4,27	37,78%	R$ 1,94	27,36%	0,001026	10,889657	R$ 10,50
5	0,842105	0,842105	4,54	R$ 4,93	38,48%	R$ 1,77	25,23%	0,000892	9,757780	R$ 11,78
6	1,052632	1,052632	5,10	R$ 5,59	39,19%	R$ 1,60	23,10%	0,000770	8,756336	R$ 13,06
7	1,265138	1,265138	5,65	R$ 6,24	39,89%	R$ 1,42	20,97%	0,000662	7,885324	R$ 14,34
8	1,473684	1,473684	6,21	R$ 6,90	40,59%	R$ 1,25	18,83%	0,000567	7,144745	R$ 15,62
9	1,684211	1,684211	6,76	R$ 7,55	41,29%	R$ 1,08	16,70%	0,000485	6,534598	R$ 16,90
10	1,894737	1,894737	7,32	R$ 8,21	41,99%	R$ 0,90	14,57%	0,000416	6,054884	R$ 18,18
11	2,105263	2,105263	7,88	R$ 8,87	42,69%	R$ 0,73	12,44%	0,000360	5,705603	R$ 19,47
12	2,315789	2,315789	8,43	R$ 9,52	43,40%	R$ 0,56	10,30%	0,000317	5,486754	R$ 20,75
13	2,526316	2,526316	8,99	R$ 10,18	44,10%	R$ 0,38	8,17%	0,000287	5,398338	R$ 22,03
14	2,736842	2,736842	9,55	R$ 10,84	44,80%	R$ 0,21	6,04%	0,000270	5,440355	R$ 23,31
15	2,947368	2,947368	10,10	R$ 11,49	45,50%	R$ 0,03	3,91%	0,000267	5,612804	R$ 24,59
16	3,157895	3,157895	10,66	R$ 12,15	46,20%	-R$ 0,14	1,77%	0,000276	5,915686	R$ 25,87
17	3,368421	3,368421	11,21	R$ 12,81	46,90%	-R$ 0,31	-0,36%	0,000298	6,349000	R$ 27,15
18	3,578947	3,474988	11,50	R$ 13,14	47,26%	-R$ 0,40	-1,44%	0,000314	6,618063	R$ 27,80
19	3,789474	3,474988	11,50	R$ 13,14	47,26%	-R$ 0,40	-1,44%	0,000314	6,618063	R$ 27,80
20	4	3,474988	11,50	R$ 13,14	47,26%	-R$ 0,40	-1,44%	0,000314	6,618063	R$ 27,80

Fonte: elaborado pelo autor.

O primeiro aspecto que pode ser observado é o descolamento, a partir de certo ponto, entre os valores máximos admissíveis para o risco do tipo 2 e os valores encontrados pelo modelo. A partir da décima oitava otimização não há prêmio pela disponibilidade do investidor de assumir maiores riscos, como pode ser observado no gráfico abaixo:

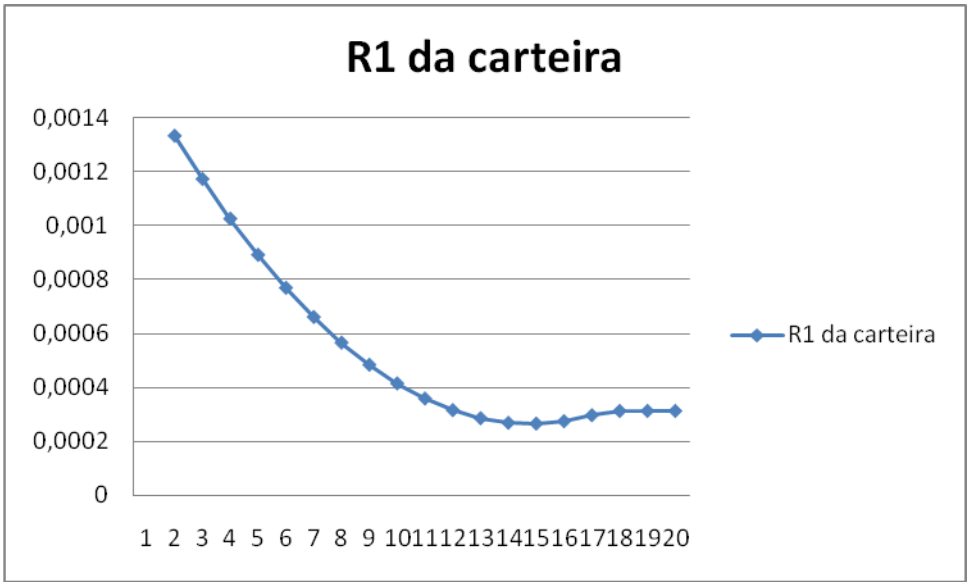
Figura 8: Limite Máximo X Valor Encontrado de R2.



Fonte: elaborado peloo autor.

De acordo com a Teoria de Markovitz, de que o risco de uma carteira de investimentos pode ter seu risco diminuído pela diversificação de elementos, o modelo diminui o risco do tipo 1 ao aumentar o número de ativos no portfólio. Por outro lado, como visto no gráfico anterior, um maior número de ativos aumenta o nível de risco do tipo 2.

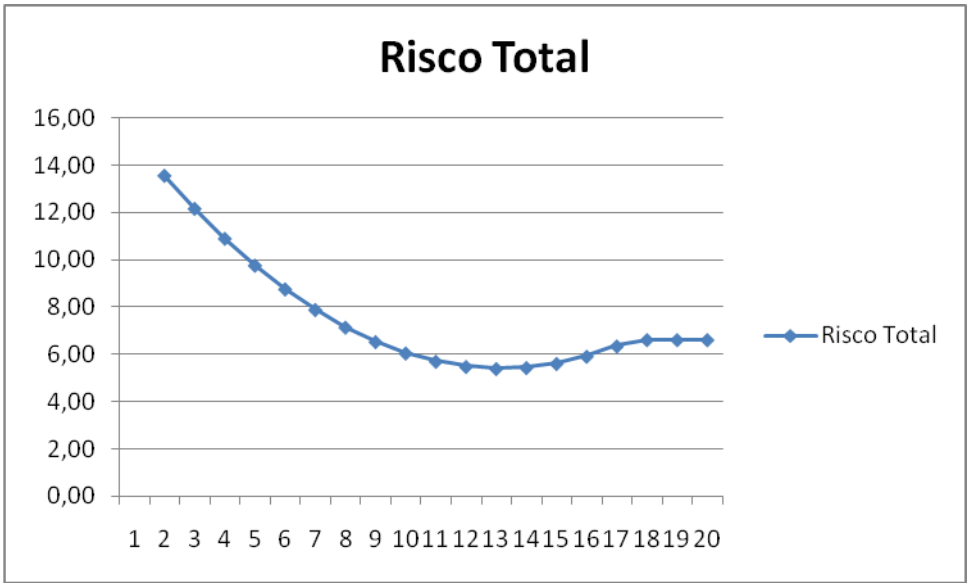
Figura 9: Risco do tipo 1 das carteiras ótimas



Fonte: elaborado pelo autor.

O risco total das carteiras, ou seja, soma dos riscos do tipo 1 e do tipo 2 de cada carteira ótima apresenta comportamento semelhante ao do risco do tipo 1, com queda acentuada em função da diversificação de ativos e pequenos aumentos até o ponto em que se estabiliza, no qual não há mais prêmio por assumir riscos desnecessários. Esse comportamento pode ser visualizado no gráfico abaixo:

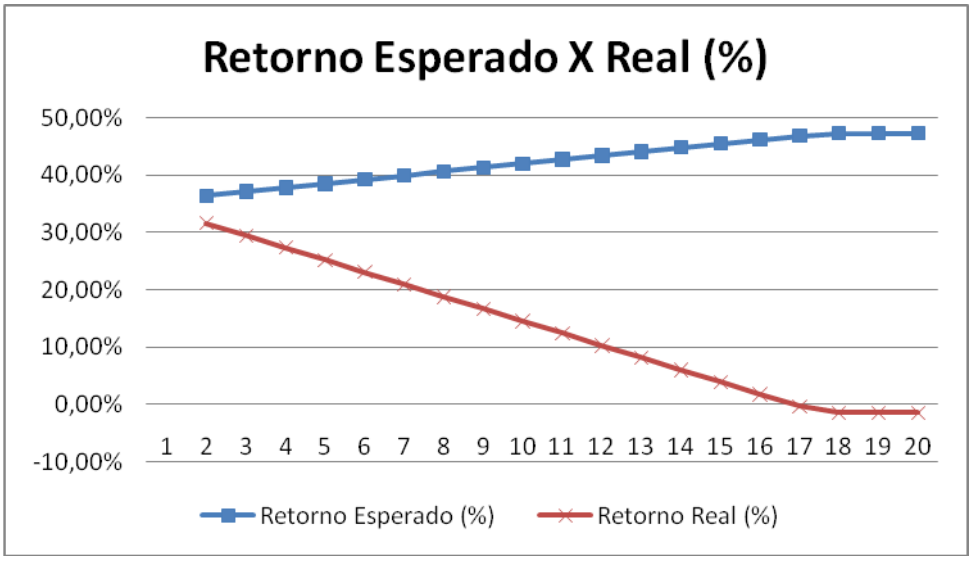
Figura 10: Risco Total de cada uma das carteiras ótimas



. Fonte: elaborado pelo autor.

Com relação ao retorno proporcionado pelo modelo de decisão é possível observar um distanciamento entre os valores esperados e os valores reais. Tal fenômeno pode ser explicado pelo método usado para a previsão de preços futuros das ações-objetos e será discutido no item 2 deste capítulo. O desvio entre os retornos esperados e reais podem ser observados na figura 11, exposto na página a seguir:

Figura 11: Desvio dos retornos esperados e reais



. Fonte: elaborado pelo autor.

Quanto à rentabilidade proporcionada pelo modelo é importante frisar que as opções que compõem a carteira são fictícias, mas os valores para os preços de exercício, tempo para o vencimento e o prêmio (calculado pelo método de precificação de Black & Scholes) podem ser facilmente encontrados no mundo real. Portanto, uma comparação com formas de investimentos sujeitas a todo tipo de intervenção das expectativas do mercado. Cabe apenas comentar que os rendimentos apresentados poderiam ser obtidos no período de apenas 15 dias corridos, ou 11 dias de pregão.

2. PREVISÃO DOS PREÇOS FUTUROS

Um dos pontos fundamentais para o sucesso de qualquer modelo de decisão em que expectativas sobre o comportamento futuro de algum fator de influencia é o modelo de previsão adotado. Neste trabalho, por questões técnicas e por ser um teste inicial, foi adotado o método de regressão linear para a previsão dos preços à vista das ações-objetos no vencimento das opções. A tabela abaixo mostra os resultados obtidos através dessa técnica:

Tabela 4: Resumo das previsões.

Ação	preço em 12/06/2009	(1) preço previsto para 30/06/2009	(2) preço real em 30/06/2009	(1 - 2) desvio entre real e previsto	desvio entre real e previsto (%)	R^2 da regressão	Variação do preço no período	Variação do preço no período (%)
PETR4	33,95	38,05	32,45	-5,60	-17%	0,8253	-1,5	-4,52%
VALE5	33,15	35,15	29,85	-5,30	-18%	0,8771	-3,3	-10,49%
ITUB4	32,02	36,34	31,10	-5,24	-17%	0,8413	-0,92	-2,92%
BVMF3	11,66	13,14	11,78	-1,36	-12%	0,9629	0,12	1,02%
BBDC4	30,51	33,80	28,98	-4,82	-17%	0,9369	-1,53	-5,14%
GGBR4	21,41	23,47	20,50	-2,97	-14%	0,9239	-0,91	-4,34%
VALE3	38,52	43,34	34,50	-8,84	-26%	0,8232	-4,02	-11,02%
PETR3	42,24	44,51	40,09	-4,42	-11%	0,7971	-2,15	-5,22%
USIM5	33,80	37,14	41,61	4,47	11%	0,459	-0,09	-0,22%
CSNA3	48,51	51,04	43,62	-7,42	-17%	0,9361	-4,68	-10,19%
ITSA4	8,80	11,11	8,72	-2,39	-27%	0,5213	-0,08	-0,91%
BBAS3	22,10	25,10	21,18	-3,92	-19%	0,9265	-0,92	-4,25%
CMIG4	28,60	26,11	26,35	0,24	1%	0,5117	-2,25	-8,19%
RDCD3	28,85	29,22	30,15	0,93	3%	0,5863	1,3	4,41%
ALLL11	13,00	12,87	12,07	-0,80	-7%	0,7599	-0,93	-7,42%
ARCZ6	3,13	3,35	2,91	-0,44	-15%	0,8799	-0,22	-7,29%
CYRE3	14,00	15,80	14,85	-0,95	-6%	0,8452	0,85	5,89%
GFSA3	16,76	22,28	16,39	-5,89	-36%	0,7337	-0,37	-2,23%
BRAP4	29,48	30,39	25,60	-4,79	-19%	0,8723	-3,88	-14,11%
AMBV4	127,47	140,47	127,40	-13,07	-10%	0,891	-0,07	-0,05%
			MÉDIA	-3,63	-13,62%	0,7955	-1,28	-4,36%

Fonte: elaborado pelo autor.

As previsões de preços futuros têm grande influência no resultado apresentado, pois são levadas em consideração no cálculo do *payoff* de uma opção. E, sendo o *payoff* da carteira a função objetivo a ser maximizada a qualidade dos resultados finais é altamente correlacionada a qualidade das previsões.

O método utilizado apresentou, em média, um ajuste de curva (R^2) de 0,7955. A curva mais bem ajustada foi a da ação BVMF3, cujo R^2 foi de 0,9629. Porém, o ótimo ajuste não foi suficiente para garantir precisão ao preço previsto, o desvio entre o previsto e o real foi de 12% em relação ao preço real.

Os preços reais das ações foi em média 13,62% menores do que os preços previstos. Um dos fatores que podem explicar este desvio é a queda generalizada das cotações no período logo após as previsões, as cotações caíram, em média, 4,36%, algumas ações chegaram a cair mais de 10% no período.

Capítulo V
CONCLUSÕES

Como já demonstrado no Capítulo III, este trabalho não tem o objetivo de tornar o modelo proposto em uma ferramenta para o uso profissional no nível de desenvolvimento que o estudo se encontra ao fim do trabalho. Diversos fatores não foram incluídos por se tratar de um estudo inicial, porém caso haja a intenção de tornar o modelo empregável em ambientes reais de negociação haveria uma grande demanda de trabalho a ser desenvolvido. Tal empenho não pôde ser empregado no período de realização do trabalho pela limitação de tempo disponível para elaboração do estudo.

Contudo, é possível considerar os resultados obtidos satisfatórios, não pelos resultados do modelo como ferramenta de apoio ao investidor, mas como estudo preliminar de viabilidade de aplicação da metodologia. No capítulo IV foram avaliados quais os fatores que mais influenciam os resultados apresentados pelo modelo. Com base nesses dados é possível expandir o estudo iniciado neste trabalho e avaliar o emprego do modelo no mundo real.

Para futura aplicação do modelo no mundo real, ou para o aprofundamento do estudo de viabilidade de emprego do mesmo, o primeiro ponto a ser mais elaborado é o método de previsão de preços, pois é um dos pilares da tomada de decisão e tem grande influência nos resultados apresentados, já que a maior parte dos cálculos das variáveis influentes é feitos com base nos valores previstos. Como primeiro passo pode-se automatizar tal processo, podem ser feitas várias previsões e escolher como entrada para o modelo o método que apresentar melhor ajuste a evolução histórica da ação-objeto em questão. Outro fator que pode distorcer a rentabilidade do modelo é a necessidade de depósitos por parte do investidor nas contas-margens. Esses depósitos de segurança exigem do investidor uma certa imobilização do seu montante disponível para investimentos, o que gera um aumento no custo de capital do investidor. Em algum ponto o custo de oportunidade desse capital pode não justificar o risco a ser assumido e outras formas de investimentos podem se tornar mais atrativas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado financeiro**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

BESSADA, Octavio; BARBEDO, Cláudio; ARAÚJO, Gustavo. **Mercado de derivativos no Brasil**: Conceitos, operações e estratégias. 2. ed. Rio de Janeiro: Record, 2007.

CAPINSKI, Marek; ZASTAWNIAK, Tomasz. **Mathematics for Finance**: An Introduction to Financial Engineering. London: Springer-verlag, 2003.

HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J.. **Introduction to operations research.** 7. ed. Nova Iorque: Mcgraw-hill, 2001.

HULL, John C.. **Fundamentos dos Mercados Futuros e de Opções.** 4. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros, 2005.

LUENBERGER, David G.. **Investment science**. New York: Oxford University, 1998.

MARINS, André Cabral. **Mercados Derivativos e Análise de Risco**. Rio de Janeiro: Ams, 2004.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JORDAN Bradford D.. **Princípios de Administração Financeira**. São Paulo: Atlas, 2008.