1. Quantos números inteiros compreendidos entre 1 e 5000 são divisíveis por 3 e por 7, ao mesmo tempo?

   Sequência dos números divisíveis por 3:
   $(3, 6, 9, 12, ..., 4998)$

   Sequência dos números divisíveis por 7:
   $(7, 14, 21, 28, 35, 42, ..., 4998)$

   Sequência dos números divisíveis por 3 e por 7 é formada pela interseção das duas sequências:
   $(21, 42, ..., 4998)$

   Agora, vamos encontrar o números de termos da sequência acima.

   $a_1 = 21$, $a_n = 4998$, $r = 21$ e $n =?$.

   Como $a_n = a_1 + (n-1)r$, vem:

   $a_n = 21 + (n-1)21 \Rightarrow 4998 = 21 + 21r - 21 \Rightarrow$

   $\Rightarrow 4998 = 21r \Rightarrow \frac{4998}{21} = r \Rightarrow \boxed{r = 238}$

   Existem 238 números inteiros compreendidos entre 1 e 5000 que são divisíveis por 3 e por 7.

2. Insira sete meios aritméticos entre 20 e 68.

   $a_1 = 20$, $a_9 = 68$ e $m = 7$.

   Lembrando que o números de termos é dado por:
   $n = m + 2 = 7 + 2 = 9$

   Como $a_n = a_1 + (n-1)r$, vem:

   $a_9 = 20 + (9-1)r \Rightarrow 68 = 20 + 8r \Rightarrow$

   $\Rightarrow 68 - 20 = 8r \Rightarrow 48 = 8r \Rightarrow \boxed{r = 6}$

   Portanto, a P.A. é $(20, 26, 32, 38, 44, 50, 56, 62, 68)$

3. Um ciclista percorre 20 Km na primeira hora, 17 Km na segunda hora, e assim por diante, em P.A. Quantos quilômetros terá percorrido depois de 5 horas?

   Vamos montar a P.A. $(20, 17, ...)$
   $a_1 = 20$; $r = -3$; $n = 5$; $S_5 =?$

   Para calcular a soma devemos calcular a_5.

   Como $a_n = a_1 + (n-1)r$, vem:

   $a_5 = 20 + (5-1)(-3) \Rightarrow a_5 = 20 + 4(-3) \Rightarrow$

   $\Rightarrow a_5 = 20 - 12 \Rightarrow a_5 = 8$

   Como $S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}$, vem:

   $S_5 = \frac{5(20+8)}{2} \Rightarrow S_5 = \frac{5(28)}{2} \Rightarrow$

   $\Rightarrow S_5 = 5.14 \Rightarrow \boxed{S_5 = 70}$

   O ciclista percorre 70 Km depois de 5 horas depois.

4. A soma dos 6 termos iniciais de uma P.G. é 1456. Sabendo que a razão dessa P.G. é $q = 3$, calcule a_1.

   $a_1 =?$; $q = 3$; $n = 6$; $S_6 = 1456$

   Como $S_n = a_1 \frac{(1-q^n)}{(1-q)}$, vem:

   $S_6 = a_1 \frac{(1-3^6)}{(1-3)} \Rightarrow 1456 = a_1 \frac{(1-729)}{(-2)} \Rightarrow$

   $\Rightarrow \frac{1456.(-2)}{-728} = a_1 \Rightarrow \boxed{a_1 = 4}$

   Portanto, o primeiro termo da P.G. é 4.

5. Quantos termos devemos considerar na P.G. $(3, 6, ...)$ para obter uma soma igual a 765?

   $a_1 = 3$; $q = 2$; $n =?$; $S_n = 765$

   Como $S_n = a_1 \frac{(1-q^n)}{(1-q)}$, vem:

   $S_n = \frac{3(1-2^n)}{(1-2)} \Rightarrow 765 = \frac{3(1-2^n)}{(-1)} \Rightarrow$

   $\Rightarrow \frac{765.(-1)}{3} = (1-2^n) \Rightarrow -255 = (1-2^n) \Rightarrow$

   $\Rightarrow -256 = -2^n \Rightarrow 256 = 2^n \Rightarrow 2^8 = -2^n \Rightarrow$

   $\Rightarrow \boxed{n = 8}$

   Devemos considerar 8 termos da P.G.

6. Um Corpo em queda livre percorre 3 m no primeiro segundo, 12 m no segundo, 21 m no terceiro segundo e assim por diante. Continuando nessa mesma sequência, Quantos metros terá percorrido após 10 segundos?

   Vamos montar a P.A. $(3, 12, 21, ...)$
   $a_1 = 3$; $r = 9$; $n = 10$; $S_{10} =?$

   Para calcular a soma devemos calcular a_{10}.

   Como $a_n = a_1 + (n-1)r$, vem:

   $a_{10} = 3 + (10-1).9 \Rightarrow a_{10} = 3 + 9.9 \Rightarrow$

   $\Rightarrow a_{10} = 3 + 81 \Rightarrow a_{10} = 84$

   Como $S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}$, vem:

   $S_{10} = \frac{10(3+84)}{2} \Rightarrow S_{10} = \frac{10(87)}{2} \Rightarrow$

   $\Rightarrow S_{10} = 5.87 \Rightarrow \boxed{S_{10} = 435}$

   Um corpo em queda livre percorre 435 m depois de 10 segundos.