FUNÇÃO LOGARITMICA

Professora Laura

1 – Definição de Logaritmo

"Chama–se logaritmo de um número N > 0 em relação a uma base a (0 < a ≠ 1), o expoente α a que se deve elevar a base a, a fim de que a potência obtida seja igual a N."

$\boxed{\log_a N = \alpha \Leftrightarrow a^{\alpha} = N}$ **, onde: N > 0, a > 0 e a ≠ 1.**

$$\begin{cases} \text{N é o logaritmando ou antilogaritmo de } \alpha \text{ na base a.} \\ \text{a é a base.} \\ \alpha \text{ é o logaritmo.} \end{cases}$$

2 – Conseqüências da Definição

Decorrem da definição de logaritmo as seguintes conseqüências para:

$$\boxed{0 < a \neq 1,\ N > 0 \text{ e } \alpha \in R}$$

C.1. $\boxed{\log_a 1 = 0}$, pois $a^0 = 1$

C.2. $\boxed{\log_a a = 1}$, pois $a^1 = a$

C.3. $\boxed{\log_a a^{\alpha} = \alpha}$, pois $a^{\alpha} = a^{\alpha}$.

C.4. $\boxed{a^{\log_a N} = N}$, pois $\log_a N = \log_a N \Leftrightarrow a^{\log_a N} = N$

3 – Propriedades dos Logaritmos

3.1 – Logaritmo do produto

Se 0 < a ≠ 1, M > 0 e N > 0 então:

$$\boxed{\log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N}$$

3.2 – Logaritmo do Quociente

Se 0 < a ≠ 1, M > 0 e N > 0, então:

$$\boxed{\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N}$$

3.3 – Logaritmo da Potência

Se o < a ≠ 1 e N > 0 e m ∈ R, então:

$$\boxed{\log_a(N^m) = m \cdot \log_a N}$$

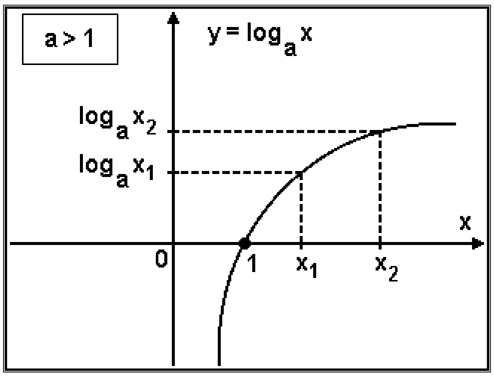
4 – Função Logarítmica

4.1 – Definição

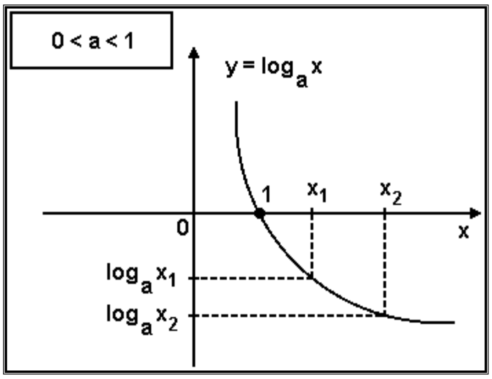
Dada a função exponencial f: R → $R_+^\bullet$ tal que $y = a^x$, com o < a ≠ 1, podemos determinar a sua função inversa, visto que, estas condições, a função exponencial é BIJETORA. A função logarítmica é a função inversa da exponencial, isto é:

$\boxed{y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y}$ ou permutando as variáveis: $y = \log_a x$

$0 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$



$0 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$



5- EXERCÍCIOS

1- Seja x = 2^{1000}. Sabendo que log2 é aproximadamente igual a 0,30103 pode-se afirmar que o número de algarismos de x é:

a) 300 b) 301 c) 302 d) 1000 e) 2000

2-Sabendo-se que $5^n = 2$, podemos concluir que log,100 é igual a:

a) 2/n b) 2n c) 2 + n^2 d) 2 + 2n e) (2 + 2n)/n

3- Se log 123 = 2,09, o valor de log 1,23 é:

a) 0,0209 b) 0,09 c) 0,209 d) 1,09 e) 1,209

4- Se log 2 = a e log 3 = b, escrevendo log 32/27 em função de a e b obtemos:

a) 2a + b b) 2a – b c) 2ab d) 2a/b e) 5a - 3b

5- O valor numérico da expressão $1-\dfrac{(\log 0{,}001)^2}{4+\log 10000}$, onde log representa o logaritmo na base 10, é:

a) 2 b) 1 c) 0 d) -1/8 e) -2

6- O número real x que satisfaz a equação $\log_2 (12 + 2^x) = 2x$ é:

a) $\log_2 5$ b) $\log_2 \sqrt{3}$ c) 2 d) $\log_2 \sqrt{5}$ e) $\log_2 3$

7- Considere a função f, definida por $f(x) = \log_n x$. Se f(n) =m e f(n+2) =m+1, os valores respectivos de n e m são:

a) 2 e 1 b) 2 e 2 c) 3 e 1 d) 3 e 2 e) 4 e 1

8- Se $\log_{10} 8 = a$ então $\log_{10} 5$ vale

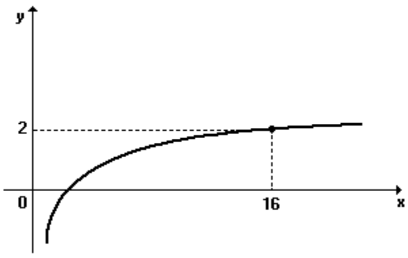
a) a^3 b) 5a – 1 c) 2a/3 d) 1 + a/3 e) 1 - a/3

9- A soma das raízes da equação $\log_2 2^{x^2-3x+5} = 3$ é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

10- Nessa figura, está representado o gráfico de $f(x) = \log_n x$. O valor de f(128) é:

a) 5/2
b) 3
c) 7/2
d) 7



11 - Se $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x + \log_{16} x = -6{,}25$, então x é igual a:

a) 8 b) 6 c) ¼ d) 1/6 e) 1/8

12- A energia nuclear, derivada de isótopos radiativos, pode ser usada em veículos espaciais para fornecer potência. Fontes de energia nuclear perdem potência gradualmente, no decorrer do tempo. Isso pode ser descrito pela função exponencial $P = P_0.e^{-\frac{t}{250}}$ na qual P é a potência instantânea, em watts, de radioisótopos de um veículo espacial; P_0 é a potência inicial do veículo; t é o intervalo de tempo, em dias, a partir de $t_0 = 0$; e é a base do sistema de logaritmos neperianos. Nessas condições, quantos dias são necessários, aproximadamente, para que a potência de um veículo espacial se reduza à quarta parte da potência inicial? (Dado: ln2=0,693)

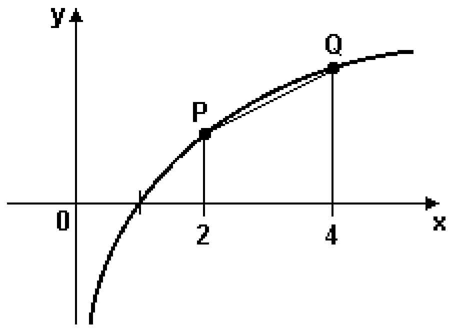
a) 336 b) 338 c) 340 d) 342 e) 347

Gabarito:

1) b	2) e	3) b	4) e
5) d	6) c	7) a	8) e
9) c	10) a	11) e	12) e

6- Exercícios Complementares

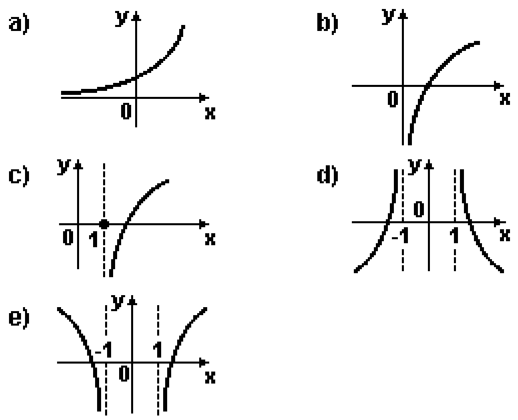
1) (UFF) A figura representa o gráfico da função f definida por f(x) = 2 $\log_2 x$:



A medida do segmento PQ é igual a:

a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt{5}$ c) log 5 d) 2 e) log 2

2) (Unirio) O gráfico que melhor representa a função real definida por f(x) = ln (|x|-1) é:



3) (PUC-PR) Se log (3x+23) – log (2x-3) = log 4, encontrar x.

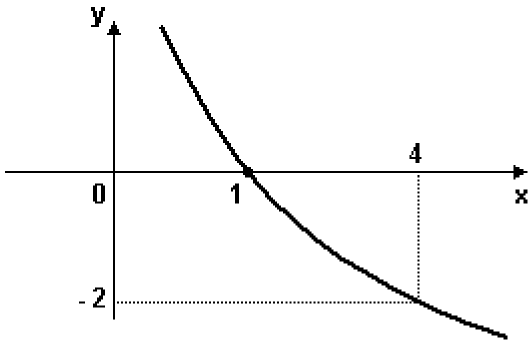
a) 4 b) 3 c) 7 d) 6 e) 5

4) (PUC-PR) A solução da equação: -log y = log [y + (3/2)]; está no intervalo:

a) $0 < y \leq 1$ b) $1 < y \leq 3$ c) $2 \leq y \leq 8$

d) $-2 \leq y \leq 0,5$ e) $3 < y \leq 27$

5) (UFSM) O gráfico mostra o comportamento da função logarítmica na base a. Então o valor de a é:



a) 10 b) 2 c) 1 d) 1/2 e) -2

6) (PUC-MG) Se $\log_a 3 > \log_a 5$, então:
a) a < -1 b) a > 3 c) -1 < a < 0 d) 0 < a < 1

7) (PUC-RS) Um aluno do Ensino Médio deve resolver a equação $2^s = 3$ com o uso da calculadora. Para que seu resultado seja obtido em um único passo, e aproxime-se o mais possível do valor procurado, sua calculadora deverá possuir a tecla que indique a aplicação da função f definida por:

a) f (s) = s^2
b) f (s) = 2s - 3
c) f (s) = 2s
d) f (s) = $\log s$
e) f (s) = $\log_2 s$

8) (Unesp) A expectativa de vida em anos em uma região, de uma pessoa que nasceu a partir de 1900 no ano x (x > 1900), é dada por L(x) = 12(199 $\log_3 x$ - 651). Considerando $\log_3 2$ = 0,3, uma pessoa dessa região que nasceu no ano 2000 tem expectativa de viver:

a) 48,7 anos. b) 54,6 anos. c) 64,5 anos. d) 68,4 anos. e) 72,3 anos.

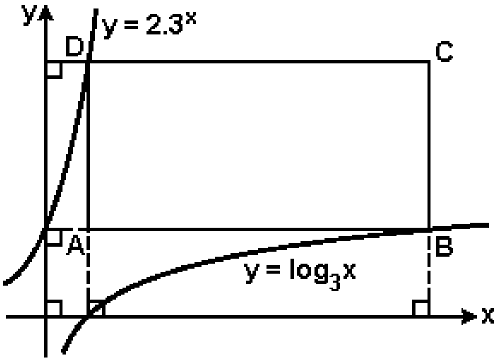
9) (UERJ) O número, em centenas de indivíduos, de um determinado grupo de animais, x dias após a liberação de um predador no seu ambiente, é expresso pela seguinte função:

$$\boxed{f(x) = \log_{5\sqrt[3]{5}}(x^4)}$$

Após cinco dias da liberação do predador, o número de indivíduos desse grupo presentes no ambiente será igual a:

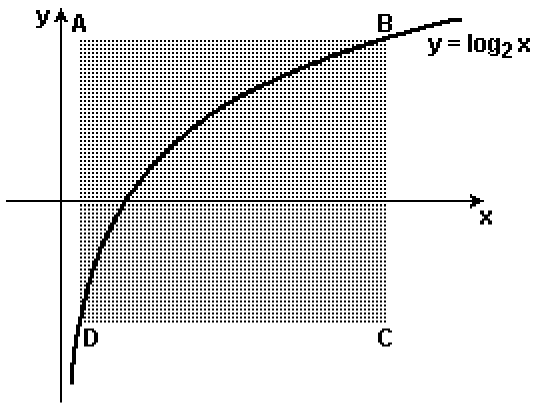
a) 3 b) 4 c) 300 d) 400

10) (Unifesp) Com base na figura, o comprimento da diagonal AC do quadrilátero ABCD, de lados paralelos aos eixos coordenados, é:



a) $2\sqrt{2}$
b) $4\sqrt{2}$
c) 8
d) $4\sqrt{5}$
e) $6\sqrt{3}$

11) (UFMG) Neste plano cartesiano, estão representados o gráfico da função y = $\log_2 x$ e o retângulo ABCD, cujos lados são paralelos aos eixos coordenados:



Sabe-se que
- os pontos B e D pertencem ao gráfico da função y = $\log_2 x$; e
- as abscissas dos pontos A e B são, respectivamente, 1/4 e 8.

Então, é CORRETO afirmar que a área do retângulo ABCD é
a) 38,75.
b) 38.
c) 38,25.
d) 38,5.

Gabarito:

1) B	2) E	3) C	4) A
5) D	6) D	7) E	8) D
9) C	10) D	11) A	