

Quando fazemos uso da relação de inclusão estamos, necessariamente, relacionando um conjunto a outro conjunto.

| | | |
|------------|---------------|---------------|
| “conjunto” | \subset | “conjunto” ou |
| “conjunto” | $\not\subset$ | “conjunto” ou |
| “conjunto” | \supset | “conjunto” ou |
| “conjunto” | $\not\supset$ | “conjunto” |

Se um conjunto A está contido no conjunto B, dizemos que A é um subconjunto de B.

Conjunto Vazio

O Conjunto vazio é o conjunto que não possui elementos. Para representarmos o conjunto vazio usaremos os símbolos: $\{ \}$ ou \emptyset .

Atenção: Quando os símbolos $\{ \}$ ou \emptyset , aparecerem listados ou visíveis, dentro de um conjunto, o conjunto vazio deverá ser tratado como elemento desse conjunto especificado.

Ex.: Seja o conjunto $A = \{ \emptyset; 1; 2; 3 \}$, é correto afirmar para o conjunto A listado, que $\emptyset \in A$, pois \emptyset é um elemento do conjunto A.

Também sempre será verdade que:

- i) $\emptyset \subset A$ para qualquer que seja o conjunto A.
- ii) $A \subset A$ para qualquer que seja o conjunto A.

Conjunto Unitário

É o conjunto que possui apenas um elemento.

Conjunto das Partes

O Conjunto das partes de um conjunto A, denotado por $P(A)$, é o conjunto formado por todos os subconjuntos do conjunto A. Assim o conjunto das partes é o conjunto dos subconjuntos.

Atenção: Lembre-se que dentre os subconjuntos de um dado conjunto, estão o conjunto vazio e o próprio conjunto.

Ex.: Seja $X = \{a, e, i\}$, encontre $P(X)$.

Numero de elementos do conjunto das partes

Para indicarmos o número de elementos de um conjunto A, usaremos a notação $n(A)$. E o número de elementos do conjunto das partes será indicado por $n[P(A)]$.

Daí:

$$n[P(A)] = 2^{n(A)}$$

Assim, um conjunto com 4 elementos, terá 2^4 elementos o seu conjunto das partes, ou seja, o conjunto A terá no total 16 subconjuntos.

Igualdade de Conjuntos

Dois ou mais conjuntos são iguais quando apresentam os mesmos elementos, em qualquer ordem, sendo que elementos iguais, num mesmo conjunto, serão considerados uma única vez. Daí, podemos afirmar que é verdadeira a igualdade dada por:

$$A = \{ a; b; c \} = \{ c; b; a \} = \{ a; a; a; b; b; b; c; c \}$$

Simbolicamente a igualdade entre conjuntos fica definida como: $A = B \Leftrightarrow A \subset B \text{ e } B \subset A$

Operações com conjuntos

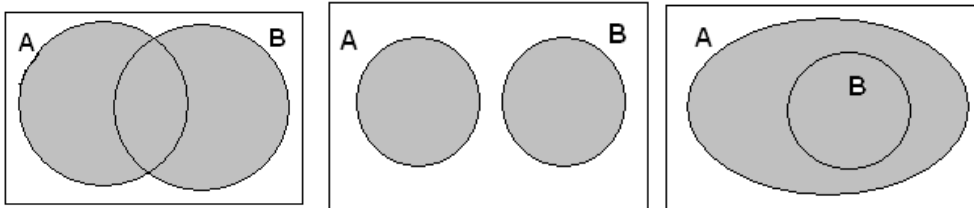
União de Conjuntos: A união de dois conjuntos A e B, é o conjunto de todos os elementos que pertencem a A ou B. Indicaremos a união pelo símbolo \cup . Matematicamente:

$$A \cup B = \{ x \mid x \in a \text{ ou } x \in B \}$$

isto é:

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow \begin{cases} \text{seja } x \in A \text{ e } x \notin B \\ \text{seja } x \notin A \text{ e } x \in B \\ \text{seja } x \in A \text{ e } x \in B \end{cases}$$

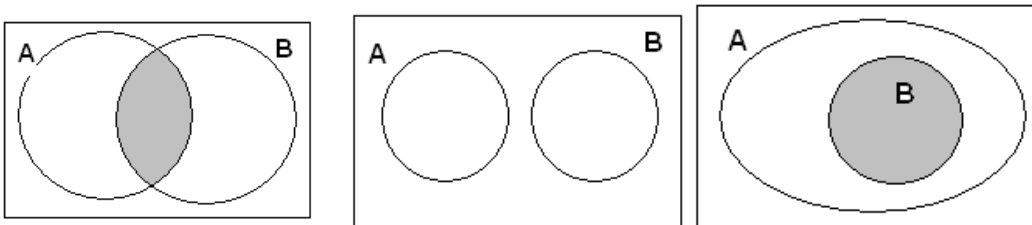
Nos diagramas abaixo $A \cup B$, é a região hachurada:



Interseção de conjuntos: A interseção de dois conjuntos A e B, é o conjunto formado pelos elementos comuns a A e B. Indicaremos a interseção pelo símbolo \cap . Matematicamente:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Nos diagramas abaixo $A \cap B$, é região hachurada:

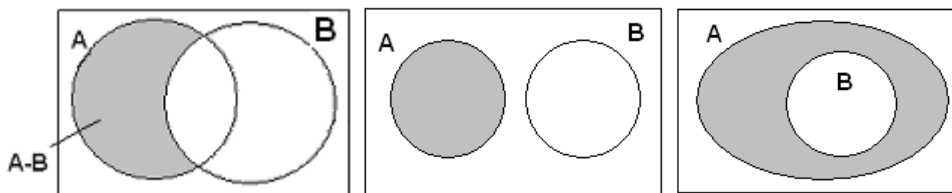


Quando a interseção de dois conjuntos é o conjunto vazio, eles são chamados de conjuntos disjuntos.

Diferença de conjuntos: A diferença entre dois conjuntos A e B, é o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e não pertencem a B. Matematicamente:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Nos diagramas abaixo $A - B$, é a região hachurada:



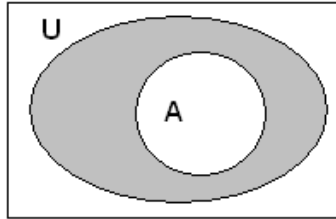
Conjunto complementar: Dados os conjuntos A e U, se o conjunto A está contido no conjunto U, a diferença $U - A$, é chamada **complementar** de A em relação a U. Chamaremos o conjunto U conjunto universo.

Ao complementar de A em relação a U usaremos a notação: C_U^A , ou A^c , ou \bar{A} .

Então:

$$C_U^A = \{x \mid x \in U \text{ e } x \notin A\}$$

No diagrama abaixo C_U^A é a região hachurada:

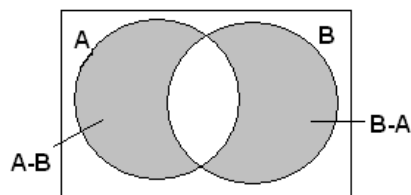


Ex: Seja $U = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ e $A = \{1, 3, 5, 7\}$ daí

$$C_U^A = U - A = \{0, 1, 4, 6, 8, 9\}$$

Diferença Simétrica: a diferença simétrica entre os conjuntos A e B, é o conjunto dos elementos que pertencem a A e não pertencem a B ou, os elementos que pertencem a B e não pertencem a A. Indicaremos a diferença simétrica entre A e B por: $A \Delta B$. Daí:

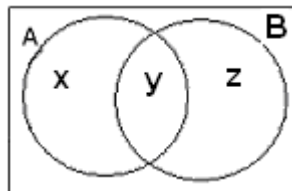
$A \Delta B = \{x \mid x \in A - B \text{ ou } x \in B - A\} = (A - B) \cup (B - A)$



Número de elementos da união de conjuntos: O número de elementos da união de :

- dois conjuntos A e B será: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 - três conjuntos A, B e C será:
- $$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Dedução:



Seja $\begin{cases} n(A) = x + y \\ n(A \cap B) = y \\ n(B) = y + z \end{cases}$ pelo diagrama temos q $n(A \cup B) = x + y + z$, fazendo as

substituições de x, y e z teremos a fórmula, para o número de elementos da união dos dois conjuntos.

Conjuntos Numéricos

Os conjuntos numéricos foram surgindo, à medida que foi se tornando necessário apresentar resultados para algumas operações matemáticas.

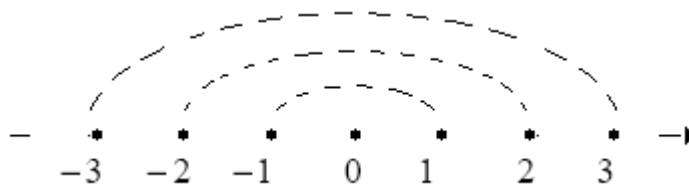
Com a necessidade de contar quantidades, surgiu o conjunto dos números naturais.

Conjunto dos números naturais (N): É o conjunto $N = \{ 0; 1; 2; 3; 4; 5; \dots \}$. Um subconjunto importante de N é o N^* : $N^* = \{ 1; 2; 3; 4; 5; \dots \}$ ou $N^* = N - \{ 0 \}$. Em N é sempre possível efetuar a adição e a multiplicação, ou seja, a soma e o produto de dois números naturais resultam sempre em um número natural. Já a divisão ou subtração entre dois números naturais nem sempre é um número natural; a subtração $2 - 3$, por exemplo, não é possível em N . Daí a necessidade de ampliar o conjunto N introduzindo os números negativos.

Conjunto dos números inteiros (Z): Ou conjunto dos números relativos, é o conjunto $Z = \{ \dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots \}$, Podemos destacar os seguintes subconjuntos de Z :

- N , pois $N \subset Z$.
- $Z^* = Z - \{ 0 \}$ ou $Z^* = \{ \dots; -3; -2; -1; 1; 2; 3; \dots \}$

Geometricamente temos:



Observe que há uma simetria em relação ao zero. O oposto ou simétrico de 3 é -3 , oposto ou simétrico de -3 é o 3, valendo $3 + (-3) = -3 + 3 = 0$.

Quando os números têm o mesmo sinal basta conservá-lo e adicionar os números; quando os sinais são contrários subtraímos o menor do maior, e o sinal que prevalece é o deste último. É bom lembrar também que o sinal mais (+) antes de um parêntese não vai alterar o sinal do número que está entre parênteses, ocorrendo o oposto quando o sinal antes do parêntese for o de (-). Se não houver nenhum sinal antes do parêntese estará implícito que o sinal será o de mais (+).

Para as operações de multiplicação e divisão que virão logo a seguir vale a seguinte regra: "Números de mesmo sinal dão sempre resultado positivo, enquanto que os de sinais contrários conduzem sempre à resultados negativos".

No conjunto Z , sempre é possível efetuar a adição, a multiplicação e a subtração, ou seja, a soma, o produto e a diferença de dois números inteiros resultam sempre um número inteiro. E todas as propriedades das operações em N continuam válidas em Z .

Já da divisão de dois números inteiros nem sempre resulta um número inteiro:

$(-8) : (+2) = -4 \rightarrow$ é possível em Z .

$(-7) : (+2) = ? \rightarrow$ não é possível em Z .

Daí a necessidade de ampliar o conjunto Z .

Conjuntos dos números racionais(Q): Ao acrescentarmos as frações não aparentes positivas e negativas ao conjunto Z , obtemos o conjunto dos números racionais Q . Assim, por exemplo, são números racionais:

$$-2, -\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{3}, 2, \dots$$

Observe que todo número racional pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com $a \in Z$, $b \in Z^*$. Assim, escreveremos:

$$Q = \left\{ \frac{a}{b}, \text{ com } a \in Z \text{ e } b \in Z^* \right\}$$

Perceba que a restrição $b \in \mathbb{Z}^*$, nos obriga a termos $b \neq 0$, pois $\frac{a}{b}$, a divisão de a por b, só tem

significado com $b \neq 0$. A designação racional, surgiu porque $\frac{a}{b}$ pode ser vista como uma razão

entre os inteiro a e b. A letra **Q**, que representa o conjunto dos números racionais, é a primeira letra da palavra quociente. Os números racionais podem ser encontrados de três maneiras:

- Número inteiro: Se $b = 1$, temos $\frac{a}{b} = \frac{a}{1} = a \in \mathbb{Z}$, o que implica que \mathbb{Z} é subconjunto de \mathbb{Q} . Assim:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

- Número decimal exato: Dado um número racional $\frac{a}{b}$, a representação decimal desse número é

obtida dividindo-se a por b. Se esse resultado possui uma quantidade *finita* de casas decimais após a vírgula, este resultado é um número decimal exato. Exemplos:

$$\frac{1}{4} = 0,25; \quad -\frac{5}{8} = -0,625; \quad \frac{4}{5} = 0,8; \quad \frac{247}{1000} = 0,247$$

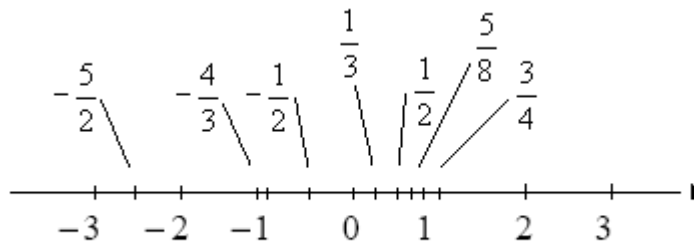
- Número decimal periódico ou dízima periódica: É o resultado da divisão $\frac{a}{b}$, que possui uma quantidade *infinita e periódica* de casas decimais após a vírgula. Este resultado é chamado de

dízima periódica, e a fração $\frac{a}{b}$ que gera a dízima, é a **fração geratriz**. Exemplos:

$$\frac{2}{3} = 0,666... = 0,\overline{6}; \quad \frac{177}{990} = 0,1787878... = 0,1\overline{78}; \quad \frac{83}{33} = 2,515151... = 2,5\overline{1}$$

No conjunto \mathbb{Q} , as quatro operações fundamentais são possíveis e valem todas as propriedades que valem para os inteiros. Certamente devemos nos lembrar de que a divisão por zero é impossível!

Geometricamente temos:



Entre dois números inteiros *nem sempre* existe outro número inteiro. **Entre dois racionais sempre existe outro racional.** Por exemplo, entre os racionais $\frac{1}{2} = 0,5$ e $\frac{3}{4} = 0,75$ podemos

encontrar infinitos racionais; entre eles $\frac{5}{8} = 0,625$. **Mas isso não significa que os racionais**

preenchem toda a reta. Os números racionais são insuficientes para medir todos os segmentos de reta. Por exemplo a medida da hipotenusa, de um triângulo retângulo, de catetos medindo uma unidade, é um número não racional. Embora as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão por um número diferente de zero) sejam sempre definidas em \mathbb{Q} ,

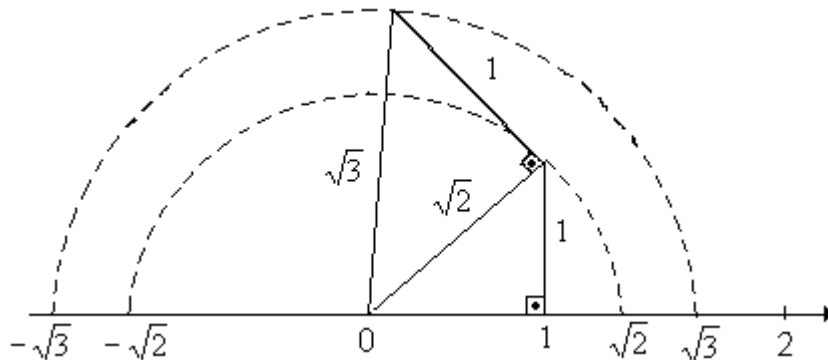
uma equação como $x^2 = 2$ não pode ser resolvida em \mathbb{Q} , pois não existe racional $\frac{a}{b}$ tal que

$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 2$. Surge então a necessidade de outro tipo de número, o número não racional ou irracional.

Conjunto dos números irracionais(\mathbb{R}/\mathbb{Q}): São os números que não podem ser escrito na forma fracionária, com numerador inteiro e denominador inteiro (diferente de zero). São as decimais infinitas e não periódicas. Exemplos:

$$\sqrt{2} = 1,4142135\dots; \sqrt{3} = 1,7320508\dots; \pi = 3,1415926535\dots$$

Representação de alguns irracionais na reta:



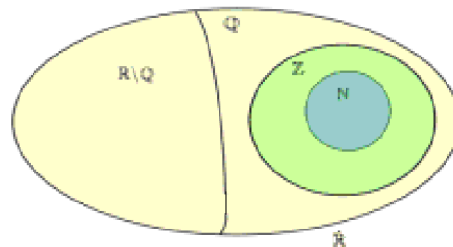
Conjunto dos números reais(\mathbb{R}): Da união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais obtemos o conjunto dos números reais \mathbb{R} . Simbolicamente:

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{R}/\mathbb{Q} = \{x \in \mathbb{Q} \text{ ou } x \in \mathbb{R}/\mathbb{Q}\} = \{x \mid x \text{ é racional ou } x \text{ é irracional}\}$$

Os números racionais não eram suficientes para esgotar os pontos da reta. Por exemplo, os pontos da reta correspondente aos números $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$, π , ϕ , e não eram preenchidos com os números racionais. Agora, os números reais esgotam todos os pontos da reta, ou seja, a cada ponto da reta corresponde um único número real e, reciprocamente, a cada número real corresponde um único ponto da reta.

Por isso dizemos que existe uma correspondência biunívoca entre os números reais e os pontos da reta. Temos assim a reta real, que é construída desta forma: numa reta, escolhemos uma origem (e associamos a ela o zero), um sentido de percurso e uma unidade de escala.

O diagrama a seguir relaciona os conjuntos numéricos vistos até aqui:



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Q}/\mathbb{R} \subset \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}/\mathbb{R} = \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}/\mathbb{R} = \emptyset$$

$$\mathbb{Q}/\mathbb{R} = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$$

Assim com os números reais toda equação do tipo $x^2 = a$ com $a \in \mathbb{N}$, pode ser resolvida e todos os segmentos de reta podem ser medidos.

Existem outros números além dos reais, a raiz de índice par e radicando negativo é impossível em \mathbb{R} , pois, por exemplo, não existe número real que, elevado ao quadrado, dê um número negativo. Assim, $\sqrt{-4}$ não é um número real; é um número **complexo ou imaginário**.

Podemos usar as seguintes notações para alguns subconjuntos de \mathbb{R} :

\mathbb{R}_+ → real positivo ou nulo

\mathbb{R}_+^* → real positivo

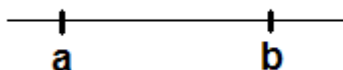
\mathbb{R}_- → real negativo ou nulo

\mathbb{R}_-^* → real negativo

O mesmo pode ser feito com \mathbb{Z} e \mathbb{Q} .

Relação de ordem em \mathbb{R} : Sejam dois números reais quaisquer a e b , entre a e b poderá ocorrer uma, e somente uma, das relações: $a = b$ ou $a > b$ ou $a < b$.

A desigualdade representada por $a < b$ significa que o número real a é menor que o número real b . Geometricamente se $a < b$, então a está situado à esquerda de b na reta real.



A desigualdade representada por $a > b$ significa que o número real a é maior que o número real b . Geometricamente, se $a > b$, então a está situado à direita de b na reta real.



Também usaremos a notação:

$a \leq b \Leftrightarrow a < b \text{ ou } a = b$ (a é menor que b ou a é igual a b)

$a \geq b \Leftrightarrow a > b \text{ ou } a = b$ (a é maior que b ou a é igual a b)

$$a < b < c \Leftrightarrow a < b \text{ e } b < c \Leftrightarrow \begin{cases} a < b \\ b < c \end{cases}$$

Será muito útil percebermos que se tivermos $x \in \mathbb{R}$, e escrevermos:

$x > 0 \Leftrightarrow x$ é positivo

$x < 0 \Leftrightarrow x$ é negativo

$x \leq 0 \Leftrightarrow x$ é não positivo

$x \geq 0 \Leftrightarrow x$ é não negativo

Algumas propriedades importantes das desigualdades:

As simbologias $<$, $>$, chamaremos de sentido da desigualdade. Vejamos algumas propriedades muito úteis:

1ª) Podemos adicionar membro a membro, desigualdades de mesmo sentido:

$$-2 < x < 3 \text{ e } 1 < y < 5 \Rightarrow -2+1 < x+y < 3+5$$

2ª) Podemos somar ou subtrair um número real a ambos os membros de uma desigualdade sem alterá-la ou transpor um termo de um membro para o outro, trocando o sinal deste termo.

$$x+7 < 9 \Leftrightarrow x > 9-7 \Leftrightarrow x > 2 \text{ que é o mesmo que fazer } x+7 < 9 \Leftrightarrow x+7-7 > 9-7 \Leftrightarrow x > 2$$





3ª) Podemos multiplicar ou dividir ambos os membros de uma desigualdade por um real diferente de zero, mas com o seguinte cuidado:

-Se o número for positivo, conservamos o sinal da desigualdade;

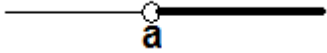
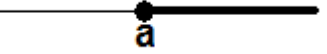
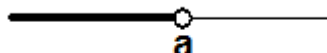

-Se o número for negativo invertemos o sinal da desigualdade.

Observe: $-3 < 2$ multiplicando por 5 toda a desigualdade $-15 < 10$. Mas se multiplicarmos por -5 , $15 > -10$.

Intervalos Reais: Certos subconjuntos de \mathbf{R} , determinados por desigualdades, têm grande importância na Matemática; são os intervalos reais.

| Representação na reta real | Sentença matemática | Notações simbólicas | |
|--|---|---------------------|----------|
| Intervalo aberto:  | $\{x \in \mathbf{R} \mid a < x < b\}$ | $]a, b[$ | (a, b) |
| Intervalo fechado:  | $\{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x \leq b\}$ | $[a, b]$ | $[a, b]$ |
| Intervalo semi-aberto à direita:  | $\{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x < b\}$ | $]a, b[$ | $[a, b)$ |
| Intervalo semi-aberto à esquerda:  | $\{x \in \mathbf{R} \mid a < x \leq b\}$ | $]a, b]$ | $(a, b]$ |

Intervalos "infinitos":

| Representação na reta real | Sentença matemática | Notações simbólicas | |
|---|--------------------------------------|---------------------|-----------------|
|  | $\{x \in \mathbf{R} \mid x > a\}$ | $]a, +\infty [$ | $(a, +\infty)$ |
|  | $\{x \in \mathbf{R} \mid x \geq a\}$ | $[a, +\infty [$ | $[a, +\infty)$ |
|  | $\{x \in \mathbf{R} \mid x < a\}$ | $] -\infty, a[$ | $(-\infty, a)$ |
|  | $\{x \in \mathbf{R} \mid x \leq a\}$ | $] -\infty, a]$ | $(-\infty, a]$ |

Considera-se como intervalo $] -\infty, +\infty [= \mathbf{R}$.

Observações:

1) A "bolinha fechada" (●) indica que o extremo do intervalo pertence a ele. A "bolinha aberta" (○) indica que o extremo do intervalo não pertence a ele.

2) $-\infty$ e $+\infty$, simbolizam apenas a ausência de extremidades pela esquerda ou pela direita no intervalo, sendo sempre abertos. Portanto $-\infty$ e $+\infty$ não são números reais!

3) Como definimos, intervalos são subconjuntos dos números reais. Assim os seguintes exemplos não são intervalos:

$$S = \{x \in \mathbf{Z} \mid -5 < x < 2\}; L = \{x \in \mathbf{N} \mid x > 3\}; T = \{x \in \mathbf{Z} \mid -3 \leq x < 1\}$$

Operações com intervalos

Exercícios de aplicação:

1) Dado $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 1\}$ e $B = [0, 5)$, determine:

- a) $A \cap B$
- b) $A \cup B$
- c) $A - B$
- d) $B - A$
- e) C_A^B

2) Dados $A = [2, 5]$ e $B = (3, 6]$, calcule para $U = \mathbb{R}$:

- a) \overline{A}
- b) \overline{B}
- c) $A \cap B$
- d) $\overline{A \cup B}$
- e) $A \cup B$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

Parte I

1) Sendo $A = \{a, b, \{a\}, 2\}$, determine as afirmações falsas e verdadeiras.

- i) $a \in A$
- ii) $\{a\} \subset A$
- iii) $\{\{a\}\} \subset A$
- iv) $\{a, b\} \subset A$
- v) $\{a\} \in A$

Então:

- a) todas são falsas
- b) i e iv são falsas
- c) ii e v são falsas
- d) somente a iii é falsa
- e) todas são verdadeiras

2) Sejam A e B subconjuntos de um conjunto X, tais que $X - A = \{0, 1, 5, 6\}$ e $X - B = \{0, 4, 6\}$. Se $A \cap B = \{2, 3\}$, o conjunto $A \cup B$ é igual a:

- a) $\{1, 4, 5\}$
- b) $\{0, 2, 3, 5\}$
- c) $\{1, 2, 3, 4\}$
- d) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- e) $\{0, 2, 4, 5, 6\}$

3) (FCMSC-SP) Se A, B e C são conjuntos tais que $A \cap C = C$ e $C \cap B \neq \emptyset$, então:

- a) $B \supset A$
- b) $C_B^C = A$
- c) $A \cup B = B$
- d) $C \cap B \subset A$
- e) $B - C \subset A$

4) (Cesgranrio) Sejam M, N e P conjuntos. Se $M \cup N = \{1, 2, 3, 5\}$ e $M \cup P = \{1, 3, 4\}$, então $M \cup N \cup P$ é:

- a) \emptyset

- b) $\{1, 3\}$
- c) $\{1, 3, 4\}$
- d) $\{1, 2, 3, 5\}$
- e) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

5) (MACK) Se A e B são dois conjuntos tais que $A \subset B$ e $A \neq \emptyset$, então:

- a) sempre existe $x \in A$ tal que $x \notin B$
- b) sempre existe $x \in B$ tal que $x \notin A$
- c) se $x \in B$ então $x \in A$
- d) se $x \notin B$ então $x \notin A$
- e) $A \cap B = \emptyset$

6) (UFRN) Se A, B e C são conjuntos tais que $C - (A \cup B) = \{6, 7\}$ e $C \cap (A \cup B) = \{4, 5\}$, então, C

é igual a:

- a) $\{4, 5\}$
- b) $\{6, 7\}$
- c) $\{4, 5, 6\}$
- d) $\{5, 6, 7\}$
- e) $\{4, 5, 6, 7\}$

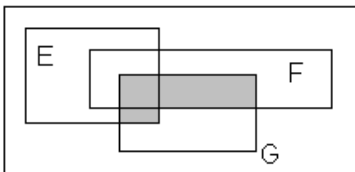
7) Se $A = \{3, 7\}$ e $B = \{7, 8, 9\}$, então o número de elementos do conjunto M tal que $A \cap M = \{3\}$, $B \cap M = \{8\}$ e $A \cup B \cup M = \{3, 7, 8, 9, 10\}$ é:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

8) O número de conjuntos A que satisfaz $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ é:

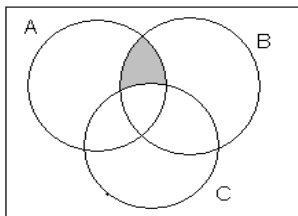
- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

9) (U.Uberaba) No diagrama, a parte hachurada representa:



- a) $(E \cap F) \cap G$
- b) $(E \cap G)$
- c) $G \cap (E \cup F)$
- d) $(E \cap F) \cup (F \cap G)$
- e) $(E \cup F) \cup G$

10) (PUC) A região assinalada no diagrama representa:



- a) $(A \cap B) \cup C$
- b) $(A - B) \cup (B - C)$
- c) $(A - C) \cap (B - C)$
- d) $(A - B) \cap (C - B)$
- e) $(A \cap C) - (B \cap C)$

11) Num grupo de 400 pessoas, 30% são homens e 65% das mulheres têm mais de 20 anos. Quantas mulheres ainda não comemoraram se 20º aniversário?

- a) 260
- b) 182
- c) 120
- d) 105
- e) 98

12) Suponha que numa equipe de 10 estudantes, 6 usam óculos e 8 usam relógio. O número de estudantes que usam, ao mesmo tempo, óculos e relógio é?

- a) exatamente 6.
- b) exatamente 2.
- c) no mínimo 6.
- d) no máximo 5.
- e) no mínimo 4.

13) (PUC-SP) Dentre os inscritos em um concurso público, 60% são homens e 40% são mulheres. Já têm emprego 80% dos homens e 30% das mulheres. Qual a porcentagem dos candidatos que já tem emprego?

- a) 60%
- b) 40%
- c) 30%
- d) 24%
- e) 12%

14) (CESESP) Numa universidade são lidos apenas dois jornais X e Y, 80% dos alunos lêem o jornal X e 60% lêem o jornal Y. Sabendo-se que todo aluno é leitor de pelo menos um dos dois jornais, assinale a alternativa que corresponde ao percentual de alunos que lêem ambos.

- a) 80%
- b) 14%
- c) 40%
- d) 60%
- e) 48

15) Depois de n dias de férias, um estudante observa que:

- A – Choveu 7 vezes, de manhã ou à tarde;
- B – Quando chove de manhã não chove à tarde;
- C – Houve 5 tardes sem chuva;
- D - Houve 6 manhãs sem chuva.

Então n é igual a:

- a) 7
- b) 9
- c) 10
- d) 11
- e) 12