Introdução

ALGUNS CUIDADOS ESPECIAIS

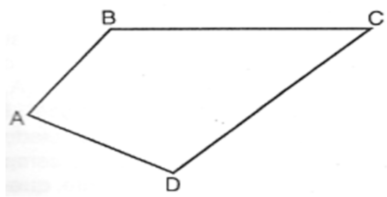
Ao trabalhar com questões de Geometria Plana, é importante que você não incorra em determinados erros muito comuns. Vamos destacar dois deles.

NUNCA PARTICULARIZE UMA FIGURA

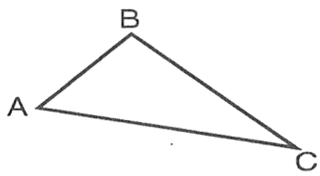
Se você vai esboçar a figura relativa a um dado problema, ela deve ser a mais genérica possível.

Imagine, por exemplo, que um certo problema se refira a um quadrilátero ABCD, sem classificá-lo em uma categoria específica. Você nunca deve desenhar um quadrado, ou um retângulo, ou um paralelogramo ...

Desenhe de preferência um quadrilátero com lados e ângulos diferentes, como o da figura.



Suponha que uma determinada questão faça referência a um certo triângulo ABC, sem especificar o tipo do triângulo. Nunca esboce um triângulo eqüilátero (3 lados iguais) ou isósceles (2 lados iguais) ou retângulo (1 ângulo reto). Faça um triângulo genérico, como o da figura.

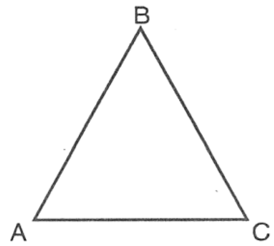


Nunca tire conclusões a partir do "jeitão" da figura.

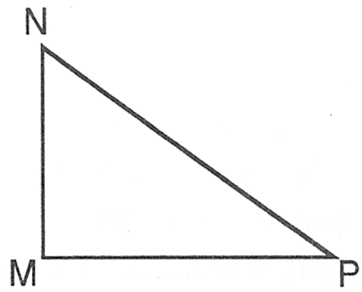
É comum um problema de Geometria Plana vir acompanhado da figura correspondente. É muito importante lembrar que a figura é uma mera ilustração, que serve para facilitar o raciocínio e a visualização das relações existentes.

No entanto, é preciso ter cuidado.

Se num problema aparece, por exemplo, o triângulo ABC da figura, não conclua que se trata de um triângulo eqüilátero só porque os seus lados "parecem" ser iguais.



Da mesma forma, não conclua que o triângulo MNP da figura é retângulo porque um de seus ângulos "parece" ser reto.



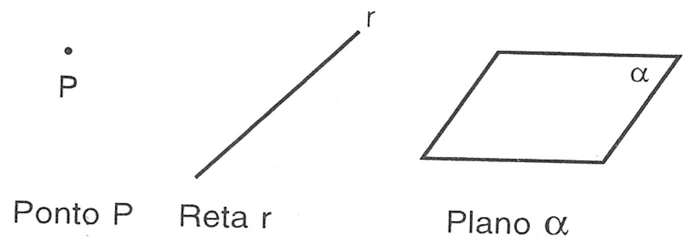
Particularidades a respeito de uma figura devem constar do enunciado do problema ou ser deduzidas a partir dos seus dados; nunca devem ser tiradas por "insinuação" da figura.

O PONTO, A RETA E O PLANO

Os entes geométricos fundamentais são o **ponto, a reta** e o **plano.**

Esses conceitos não se definem, conforme já vimos anteriormente. O ponto não tem dimensão. Para perceber intuitivamente o conceito de ponto, podemos imaginar a extremidade da ponta de um lápis muito bem apontado. A reta é infinita e ilimitada. Podemos imaginá-la como um fio de cabelo completamente esticado, tão fino quanto possível e de dimensão infinita. O plano é também infinito e ilimitado. A superfície de um lago de dimensões infinitas pode ser associada à idéia de plano.

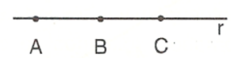
Os pontos, as retas e os planos costumam ser representados por letras e figuras .



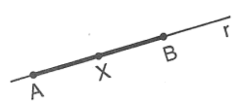
Para os pontos, utilizaremos letras latinas maiúsculas (A, B, C,...); para as retas, letras latinas minúsculas (a, b, c,...); para os planos, letras gregas minúsculas (α, β, γ, ...).

SEMI-RETAS E SEGMENTOS

Observe a figura, que apresenta uma reta r e três pontos distintos A, B e C pertencentes a r. Consideraremos como intuitiva a afirmação de que o ponto B está entre os pontos A e C.



Consideremos, numa reta r, dois pontos A e B (figura). Chamamos **segmento de reta** AB ou simplesmente **segmento** AB o conjunto constituído pelos pontos A e B e por todos os pontos de r situados entre A e B.

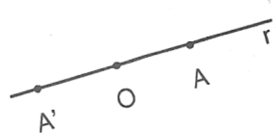


Os pontos A e B são os **extremos** ou as **extremidades** do segmento AB. Os demais pontos são os pontos interiores ao segmento. Na figura, X é ponto inte**rior ao segmento** AB. A reta AB = r é a reta suporte do **segmento** AB.

Se A e B coincidem, o segmento AB é o segmento nulo, reduzido a um ponto.

É claro que AB e BA são o mesmo segmento.

Consideremos agora, sobre uma reta r, três pontos A', O e A, com O compreendido entre A' e A, conforme mostra a figura.



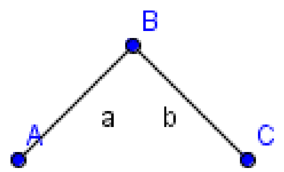
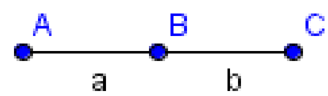
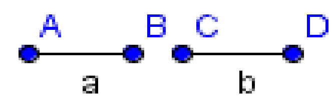
O ponto O divide a reta r em duas partes. Cada uma delas é chamada semi-reta e elas têm em comum apenas o ponto O, que é a origem das duas semi-retas. Chamamos semi-reta OA aquela que tem origem O e passa pelo ponto A. Chamamos semi-reta A'O a que tem origem O e passa pelo ponto A'.

As duas semi-retas OA e OA' se dizem opostas. Cada uma delas é o prolongamento da outra. A reta r é a reta suporte de cada uma das semi-retas OA e OA'.

Segmentos consecutivos, colineares, congruentes e adjacentes.

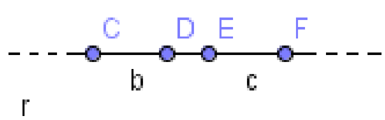
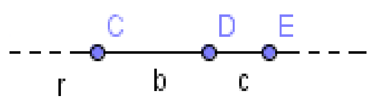
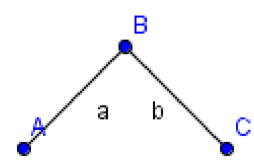
Dois segmentos são ditos consecutivos se, e somente se, têm um extremo comum e não têm nenhum ponto interior comum.

Ex:

AB e BC são consecutivos	AB e BC são consecutivos	AB e CD não são consecutivos
		

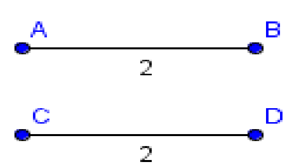
Dizemos que dois segmentos são **colineares** se, e somente se, têm a mesma reta suporte.

Ex: para os dois primeiros é a reta suporte r.

CD e EF são colineares	CD e DE são colineares	AB e BC não são colineares
		

Dizemos que dois segmentos são congruentes se ambos tiverem a mesma medida.

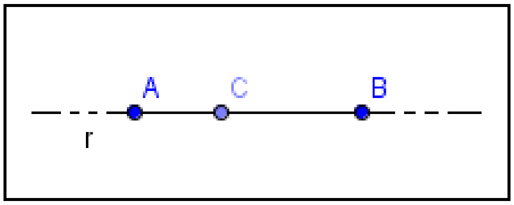
Ex:



no caso AB é congruente a CD. AB ~ CD , cujo o símbolo de congruência é dado por " ~".

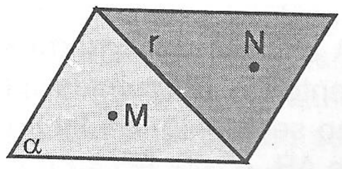
Dois segmentos são chamados **adjacentes** se, e somente se, são consecutivos e têm a mesma reta suporte. São adjacentes, por exemplo, os segmentos AC e CB da figura, já que têm em comum apenas o extremo C e possuem a mesma reta suporte r.

Semi-planos e ângulos

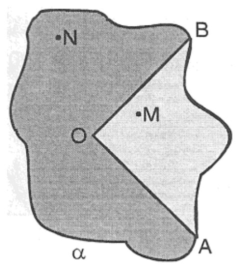


Uma reta r contida em um plano divide este plano em duas regiões denominadas **semi-planos** (figura). Os dois semi-planos têm em comum apenas a reta r, chamada **origem** ou **contorno** dos dois semi-planos.

O semi-plano de origem r que contém o ponto M pode ser chamado semi-plano (rM); o outro é o semi-plano (rN). Dizemos que o ponto M é interior ao semi-plano (rM). Dois semi-planos de um mesmo plano, com a mesma origem r. tais como os da figura, se dizem opôstos. Cada um deles é o prolongamento do outro.



Consideremos agora, duas semi-retas distintas e não-opostas OA e OB, de mesma origem O, contidas em um plano (figura).

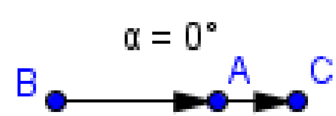


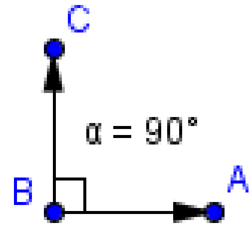
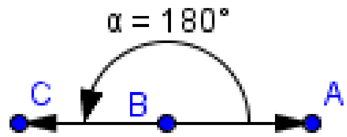
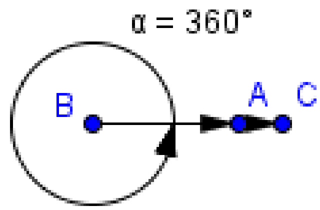
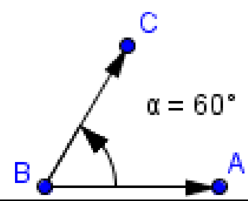
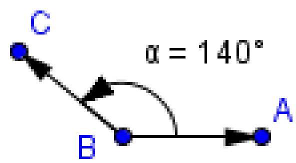
Elas dividem o plano a em duas regiões que possuem em comum apenas as semi-retas OA e OB.

Cada uma dessas regiões é chamada **ângulo**. As semi-retas OA e OB são os **lados** e o ponto O é o **vértice** dos dois ângulos. Chamamos ângulo **côncavo** AÔB aquele que contém os prolongamentos dos lados OA e OB. O ponto N é **interior** ao ângulo côncavo AÔB. Chamamos ângulo **convexo** AÔB aquele que não contém os prolongamentos dos lados OA e OB. O ponto M é **interior** ao ângulo convexo AÔB.

Classificação dos ângulos em função de suas medidas

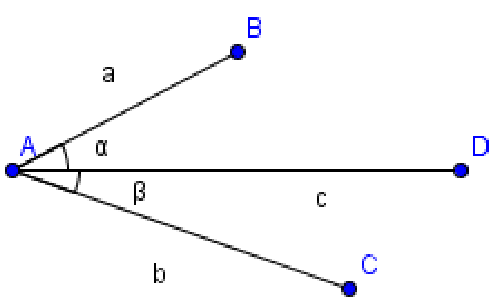
A melhor forma de se entender essa classificação é a partir de vetores, que diga-se de passagem é muito usada em física 1.

Um ângulo α é nulo $\Leftrightarrow \alpha = 0°$	

Um ângulo α é reto ⇔ α = 90°	
Um ângulo α é raso ⇔ α = 180°	
Um ângulo α é completo ⇔ α = 360°	
Um ângulo α é agudo ⇔ 0° < α < 90°	
Um ângulo α é obtuso ⇔ 90° < α < 180°	

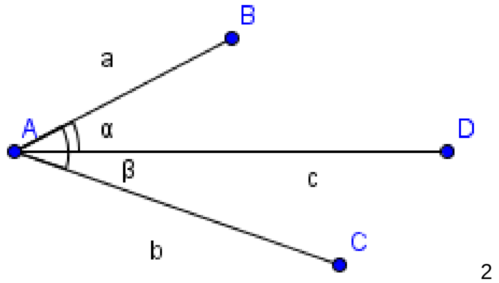
Ângulos consecutivos e ângulos adjacentes

Dizemos que dois ângulos de um mesmo plano são consecutivos se, e somente se, têm um lado comum e compartilham do mesmo vértice. Veja os exemplos a baixo:



[1]

Os ângulos α e β compartilham o mesmo segmento AD e vértice A.



2

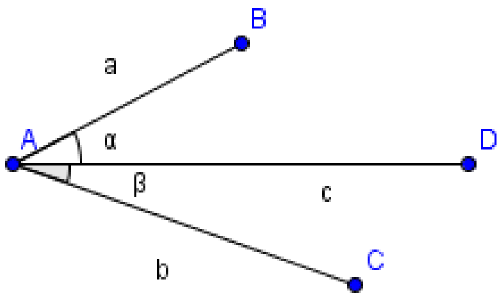
os ângulos α e β compartilham o mesmo segmento AB e vértice A.

O conceito de ângulos consecutivos nos permite definir a soma e a diferença de ângulos.

Considerando ainda a figura 1, podemos escrever:

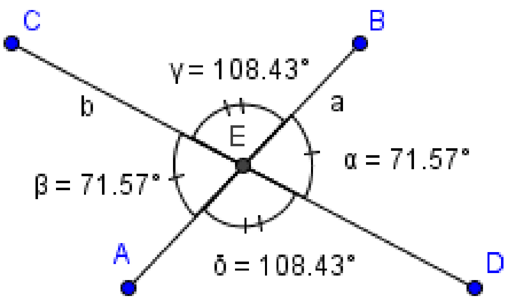
$\alpha + \beta =$ BÂC ou BÂC - $\alpha = \beta$.

Dizemos que dois ângulos são adjacentes se, e somente se, eles são consecutivos e não têm pontos internos comuns.



Ângulos opostos pelo vértice

Dois ângulos convexos se dizem **opostos pelo vértice** se, e somente se, os lados de um deles são os prolongamentos dos lados do outro.



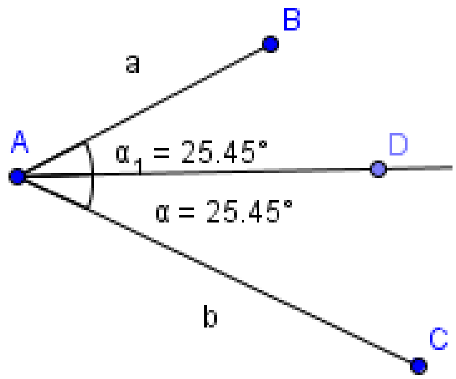
Os ângulos AÔB e A'ÔB' da figura, por exemplo, são opostos pelo vértice, já que os lados OA' e OB' do ângulo A'ÔB' são os prolongamentos dos lados OA e OB do ângulo AÔB.

Bissetriz de um ângulo

Chama-se bissetriz de um ângulo a semi-reta contida no ângulo, de origem em seu vértice, que o divide em dois ângulos congruentes.

E ainda, a bissetriz é o lugar geométrico dos pontos do plano eqüidistante dos lados do ângulo.

Na figura a semi-reta AD é bissetriz do ângulo A.



$$B\hat{A}C = 2\alpha$$

Ângulos Complementares, Ângulos Suplementares e Ângulos Replementares

Ângulos complementares

Dois ângulos são complementares quando a soma é igual a 90°.

Ângulos suplementares

Dois ângulos são suplementares quando a soma é igual a 180°.

Ângulos replementares

Dois ângulos são replementares quando a soma é igual a 360°.

Observação

ângulo α : complemento $90° - \alpha$

ângulo α : suplemento $180° - \alpha$

ângulo α : replemento $360° - \alpha$

O grau como unidade de medida de ângulos

Apesar de a unidade de medida de ângulos ser arbitrária, existe uma unidade de uso universal: o **grau** (símbolo °).

O grau pode ainda ser subdividido em **minutos** (símbolo ') e **segundos** (símbolo "). São as seguintes as equivalências entre as unidades de medida de ângulos:

1 raso = 180°
1 ° = 60'
1’ = 60"

Assim, a medida de um determinado ângulo β poderia ser indicada, por exemplo:

$$\beta = 56°23'40''$$

Isso significa que a medida de β é igual a 56 graus, 23 minutos e 40 segundos.

Operando com medidas de ângulos

O grau é subdividido na base sexagesimal e não na base decimal, como costuma ocorrer com as unidades de medida da maioria das grandezas. Por isso, as operações usuais com as medidas de ângulos fogem dos padrões operacionais usuais.

A forma mais eficaz de se aprender a operar com ângulos é a partir de exemplos, logo:

Exemplos:

01) Simplifique as medidas:

a) 65º 39' 123"
b) 30º 56' 240"

02) Determine:

a) 30º 40' + 15º 35'
b) (31º 32' 45") : 3
c) 2x (10º 35' 45")
d) 90º 15' 20" - 45º 30' 50"

Resolução do exemplo dois.

a) (30º 40' + 15º 35') : faça a conta de forma normal como se fosse uma conta com virgula, de forma que o grau fique abaixo do grau e o minuto abaixo do minuto.

30°40’

+15°35’

= 45°75’ simplificando o resultado obtemos o valor final como 46°15’

b) (31° 32' 45'') : 3 Você deve transformar os valores para que a divisão dê exata. Primeiro você passa os 2' para a casa dos segundos - lembrando de somar 60 quantas vezes você tirou da casa anterior)

31° 30' 165'' (2' equivale a 120'' somado com os 45'' tem-se 165'')
Você deve fazer isso com os graus passando para minutos, aplicando a mesma regra)

30° 90' 165'' (Como 1 grau vale 60 min) Agora você pode dividir normalmente:

30° 90' 165'' : 3 = 10° 30' 55''

c) 2x (10º 35' 45'') : a multiplicação deve ser feita de forma normal e no final simplificado se for o caso. Logo: 2 x 10° = 20° , 2 x 35'= 70' e 2 x 45"= 90" assim o resultado fica sendo 20° 70' 90" simplificando 21° 11' 30".

d) A subtração e feita da mesma forma que a soma casa abaixo de casa, logo:

repare que a subtração não é possível pelo valor acima ser menor q o abaixo logo deve se arrumar o ângulo pra efetuar a conta.

90º 15' 20"
- 45º 30' 50''

logo o ângulo 90° 15' 20 " deve ficar da forma 89° 75' 80" para q possa ser feito a conta de forma correta.

Assim:

89° 75' 80"
- 45° 30' 50"

44° 45' 30". Lembrando que o ângulo já se encontra simplificado.

03) As bissetrizes de dois ângulos adjacentes formam um Ângulo de 46°. Se um deles mede 32º, qual é a medida do outro?

04) O complemento da terça parte de um ângulo excede o complemento desse ângulo em 30º. O ângulo vale:

EXERCÍCIOS

01. Simplifique as medidas:

a) 30º 70'
b) 45º 150'
c) 110º 58' 300''

02. Determine as somas e diferenças:

a) 10º 30' 45'' + 15º 29' 20''
b) 20º 50' 45'' - 5º 45' 30''
c) 31º 40' - 20º 45'
d) 90º - 50º 30' 45''

03. Determine os produtos e as divisões:

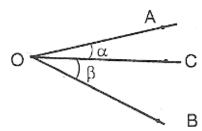
a) 5 x (6º 15' 30")
b) (46º 48' 54") : 2
c) (52º 63' 42") : 5

04. Dois segmentos AB e BC são adjacentes, sendo M o ponto médio de AB e N o ponto médio de BC. Se AB = 4 cm e CM = 12 cm, determine a medida de CN.

05. As bissetrizes de dois ângulos consecutivos formam um ângulo de 38°. Calcule a soma dos dois ângulos.

06. Determine a medida em graus do ângulo formado pelas bissetrizes de dois ângulos adjacentes.

07. Na figura OC é bissetriz do ângulo AOB. Se = 5x - 13° e = 2x + 8°, calcule, em graus, a medida do ângulo AOB.



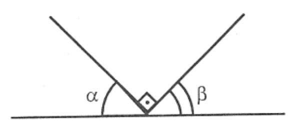
08. Considere os ângulos de medidas α = 67°, β = 46° 28', e $\gamma = 34°46'40''$. Calcule:

$a)\alpha + \beta + \gamma$

$b)\alpha - \gamma$

$c)3\beta - \gamma$

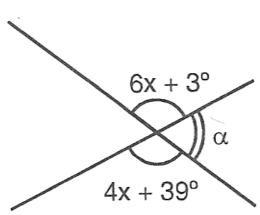
$d)\dfrac{\beta}{3} - \dfrac{\gamma}{4}$

09. Na figura $\alpha = 3a + 5°$ e $\beta = a - 13°$. Calcule a  .

10. Encontre o complemento e o suplemento do ângulo $\alpha = 37°21'39''$

11. Dois ângulos são complementares e o suplemento do maior deles é 7 vezes o menor. Calcule esses ângulos.

12. Determine, em graus, a medida do ângulo da figura:



GABARITO

01- a) 31º 10'.	**02**-a) 26º 5".	**03-** a) 31º 17' 30".	**04-** 5 cm	**05**- 76°
b) 47º 30'.	b) 15º 5' 15".	b) 23º 24' 27".		
c) 111º 3'.	c) 10º 55'.	c) 10º 36' 44,4”.		

d) 39º 29' 15".

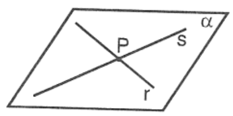
06- 90° **07**- 44° **08-** a) 148° 14' 40". c) 104° 37' 20".
b) 32° 13' 20". d) 6° 47' 40".
09- 24°30'.
10- complemento: 52°38'21" ,suplemento: 142°38'21".
11- 15° e 75°.
12- 69°

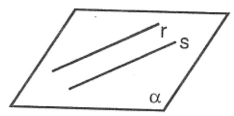
RETAS CONCORRENTES E RETAS PARALELAS

Duas retas distintas de um plano podem ocupar duas posições relativas.
Suponhamos duas retas r e s contidas em um plano α .Podem ocorrer dois casos:

1º) r e s têm apenas um ponto comum. Dizemos então que r e s são concorrentes. E dizemos que r $\cap$ s ={P}.

2º) r e s não têm ponto comum. Neste caso, dizemos que r e s são paralelas. No caso temos $r \cap s = \varnothing$
.



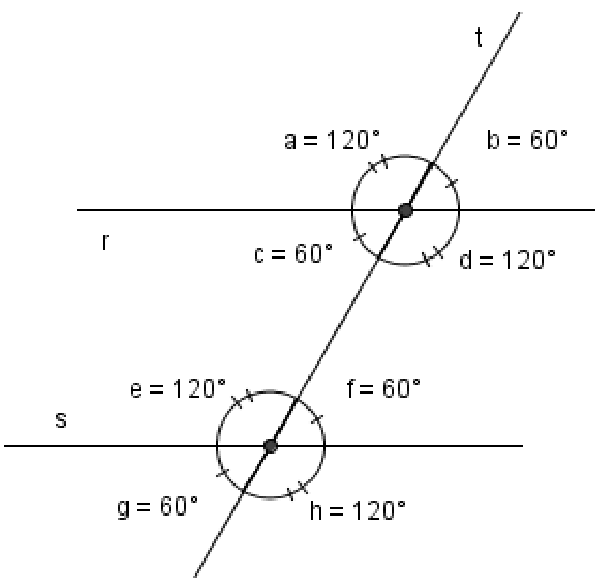


Escrevemos r//s para indicar que r é paralela a s. Dizemos que duas semi-retas ou dois segmentos são paralelos se suas retas suportes são paralelas.

ÂNGULOS EM RETAS PARALELAS

Se duas retas r e s de um plano são interceptadas por uma reta t do plano, dizemos que t é **transversal** em relação a r e s.

Uma reta t transversal em relação a duas retas r e s forma, com estas, oito ângulos convexos que têm denominações especiais (figura) e serão essas denominações especiais que abordaremos adiante a partir da figura.



Se duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, pode-se demonstrar que os oito ângulos convexos formados são, dois a dois, congruentes ou suplementares.
Primeiramente devemos identificar os ângulos e o significado de suas nomenclaturas, assim:

Ângulos correspondentes são os ângulos congruentes que se situam na mesma posição em relação às paralelas. Na figura eles são representados pelos pares:

1) **a , e**
2) **b , f**
3) **c , g**
4) **d , h**

Os ângulos internos se situam entre as paralelas. Na figura são representados pelos ângulos.

1) **c , d , e , f**

Os ângulos externos se situam no exterior das paralelas. Na figura são representados pelos ângulos.

1) **a , b , g , h**

Os ângulos alternos são dados pela comparação entre os ângulos congruentes situados a direita da transversal com os que estão situados a esquerda, e são classificados de duas formas:

Alternos internos, onde seus pares são os ângulos:

1) **c , f**
2) **d , e**

Alternos externos, onde seus pares são os ângulos:

1) **a , h**
2) **b , g**

Os ângulos colaterais se encontram do mesmo lado da transversal e são suplementares(a soma é igual a 180º). Também são classificados de duas formas:

Colaterais internos, onde os pares são os ângulos:

1) **c , e**
2) **d , f**

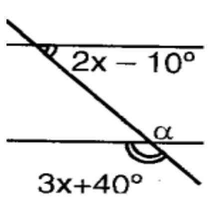
Colaterais externos, onde os pares são os ângulos:

1) **a , g**
2) **b , h**

Lembrando que a comparação entre os ângulos são feitos de uma paralela para a outra.

Exemplos:

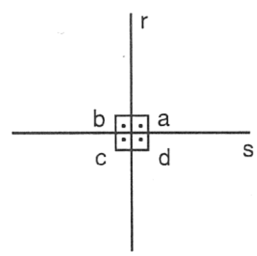
1) Sendo a // b, vamos determinar o valor de x na figura:



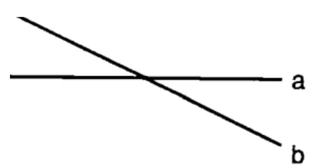
solução: por correspondência podemos dizer que o ângulo 2x – 10° é suplemento do ângulo 3x + 40° logo a soma deles é 180° assim 2x – 10° + 3x + 40° = 180° ;
5x + 30° = 180°
5x = 150° logo x = 30° substituindo o valor de x temos 3(30)+40 = 130° ,como o ângulo α é alterno ao ângulo 3x + 40° assim α 130°

RETAS PERPENDICULARES

Dizemos que dois segmentos ou duas semi-retas são **perpendiculares** se, e somente se, formam quatro ângulos retos. Podemos dizer também, nesse caso, que cada uma delas é perpendicular à outra.
Indicamos $r \perp s$ *ou* $\mathrm{s} \perp \mathrm{r}$.



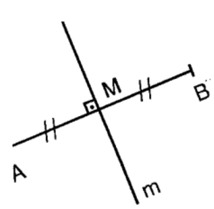
Na figura, temos duas retas perpendiculares, sendo $\hat{a} = \hat{b} = \hat{c} = \hat{d} = 90°$.
Dizemos que dois segmentos ou duas semi-retas são **perpendiculares** se suas retas suportes são perpendiculares.
Se duas retas concorrentes não são perpendiculares, dizemos que elas são **oblíquas.** É o caso das retas **a** e **b** da figura.



Mediatriz de um segmento

Chama-se mediatriz de um segmento AB a reta m perpendicular a AB passando pelo seu ponto médio.

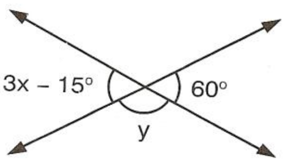
Na figura, sendo AM = MB e m $\perp$ AB, a reta m é mediatriz de AB.
Dizemos, neste caso, que cada um dos pontos A e B é simétrico do outro em relação à reta m.



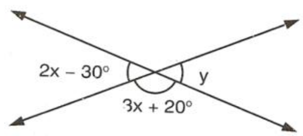
EXERCÍCIOS

1) Calcule x e y :

a)

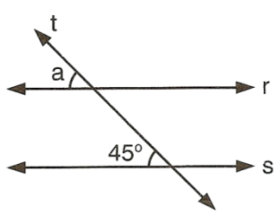


b)

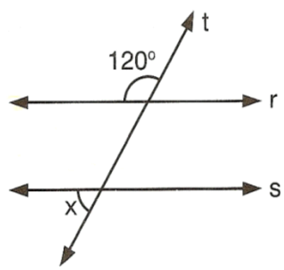


2) Se r //s, determine os ângulos indicados pelas letras:

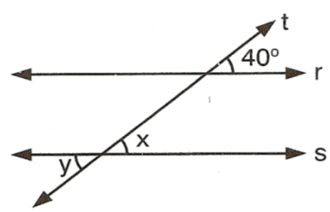
a)



b)

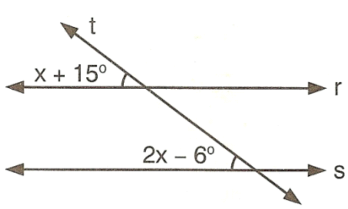


c)

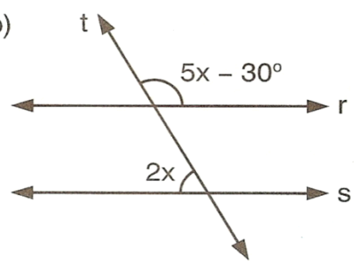


3) Sabendo que r //s, determine x:

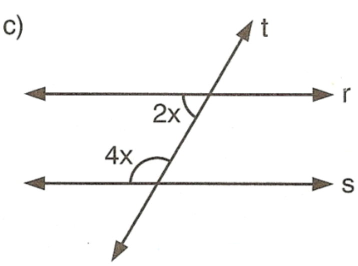
a)



b)

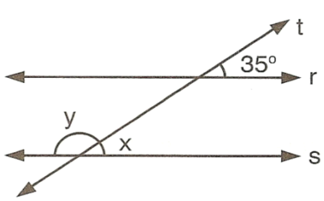


c)

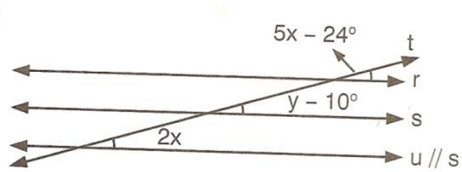


4) Sabendo que r //s, determine os ângulos indicados pelas letras:

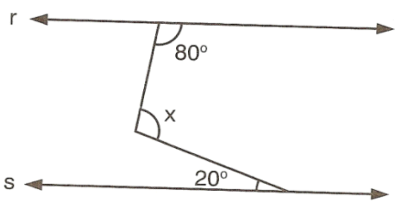
a)



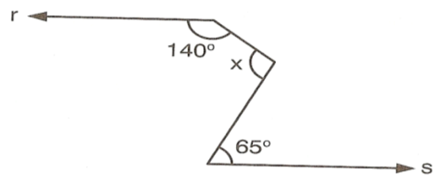
b)



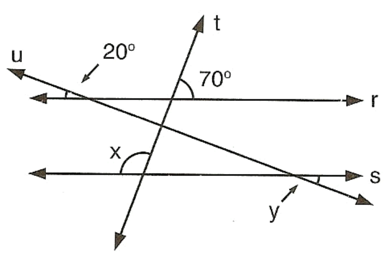
5) Sabendo que r //s, determine x:



6) Sabendo que r //s, determine x:



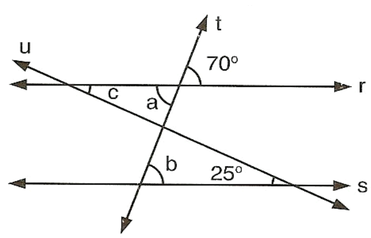
7) Na figura abaixo tem-se r //s; t e u são transversais . O valor de x + y é:



a) 100°
b) 120°
c) 130°
d) 140°

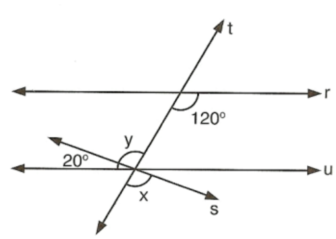
8) Na figura, r é paralela a s. As medidas dos ângulos indicados por a, b e c são, respectivamente:

a) 70°,70° e 25°
b) 70°, 110° e 45°
c) 110°, 70° e 45°
d) 110°, 110° e 25°



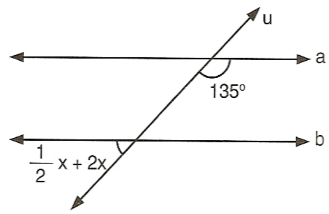
9) Considere as retas r, s, t e u todas num mesmo plano, com r //u. O valor em graus de (2x+3y) é:

a) 500°
b) 520°
c) 580°
d) 660°



10) Sendo a paralela a b, então o valor de x :

a) 45°
b) 90°
c) 18°
d) 60°30’10”



GABARITO:

1) a) $x = 25°$ e $y = 120°$
b) $x = 38°$ e $y = 46°$

2) a) 45°
b) 60°
c) $x = 40°$ e $y = 40°$
d) $a = 75°$ e $x = 105°$

3) a) 21°
b) 30°
c) 30°
d) 30°

4) a) $x = 35°$ e $y = 145°$
b) $x = 8°$ e $y = 26°$

5) 100º

6) a

7) a
8) a
9) a
10) c

REVISÃO:

1) Analise as proposições:

I. Dois segmentos adjacentes são colineares.
II. Dois segmentos que têm apenas um ponto em comum são *consecutivos*.
III. Se MA = MB, então M é ponto médio de AB.

Podemos afirmar que

a) apenas I é verdadeira.
b) apenas II e III são verdadeiras.
c) apenas I e III são verdadeiras.
d) apenas III é verdadeira.
e) todas são verdadeiras.

3) Sejam AB = 12 cm e BC = 20 cm segmentos adjacentes e sejam M e N pontos médios de AB e AC, respectivamente. Podemos afirmar que a medida de MN é

a)10cm b)12cm c)16cm d)18cm e)20cm

4) Sejam O, A, B e C quatro pontos de uma reta, dispostos nessa ordem, tais que OA = 3 cm, OB = 5 cm, 4AB + AC - 2BC = 6 cm. A medida de OC, em centímetros, é

$a)\frac{4}{3}$ b) 2 c) 6 d) 9 e) 10

5) Considere os pontos A, B, C e D, tomados nessa ordem sobre uma reta. Se BC = $\frac{1}{2}$ AB, CD = $\frac{3}{4}$ BC e AD = 12, então AB mede

a) 3,2 b) 4,0 c) 6,0 d) 6,2 e) 6,4

6) Seja M um ponto interior a um segmento A8, de modo $\frac{MA}{MB}$ = $\frac{3}{7}$. Sendo AB = 5, a diferença MB - MA será

a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 3,0

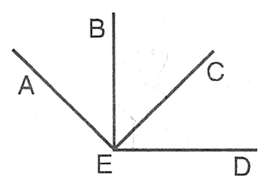
7) (UFMG) Se a medida de um ângulo é 26° 40' 51 “, sua terça parte mede

a) 8° 13' 17"
a) 8° 13' 37"
c) 8° 33' 37"
d) 8° 53' 17"

8) (UFMG) As bissetrizes de dois ângulos consecutivos formam um ângulo de 46°. Se um dos ângulos mede 32°, a medida do outro é

a) 23° b) 39° c) 55° d) 60° e) 62°

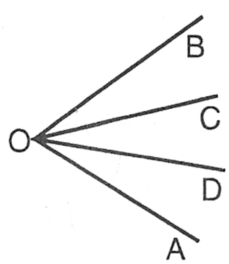
9) (UFMG) Na figura, $BE \perp ED,$ $AE \perp EC$ e $A\hat{E}D = 144°$. O ângulo $B\hat{E}C$ mede:



a) 30°
b) 32°
c) 34°
d) 36°
e) 54°

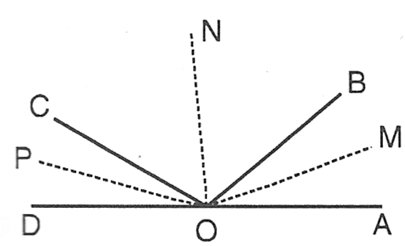
10) (UFMG) Na figura, OC é a bissetriz do ângulo AÔB, BÔD = 50° e AÔD = 22°. A medida do ângulo OÔC é:

a) 36°
b) 28°
c) 22°
d) 16°
e) 14°



11) (UFMG - Adaptação) Na figura, OM, ON e OP são bissetrizes dos ângulos AÔB, BÔC e CÔD, respectivamente. D. O e A são alinhados

A soma PÔD + MÔN é igual a



a)120°
b) 90°
c) 75°
d) 60°
e) 45°

12) Dois ângulos adjacentes medem (3x -10°) e (2x + 20°).
A diferença dos dois ângulos é

a) 12° b) 10° c) 8° d) 6° e) 4°

13) (U.F.Uberlândia) Dois ângulos consecutivos são complementares. Então, o ângulo formado pelas bissetrizes desses ângulos é

a) 20° b) 30° c) 35° d) 40° e) 45°

14) O suplemento de um ângulo excede o próprio ângulo em 50°. O complemento desse ângulo mede

a) 65° b) 50° c) 45° d) 35° e) 25°

15) A diferença entre o complemento de um ângulo e a nona parte de seu suplemento é de 6°. A medida desse ângulo é

a) 36° b) 45° c) 67° d) 72° e) 80°

16) Dois ângulos x e y são adjacentes. Se o suplemento de x é igual ao complemento de y, então o ângulo x é igual a

a) 3y b) 2y c) y + 60° d) 120° e)150°

17) O complemento do ângulo agudo AÔB supera em 6° os $\frac{2}{5}$ de seu suplemento. A medida de AÔB é

a) 20° b) 44° c) 64° d) 60° e) 70°

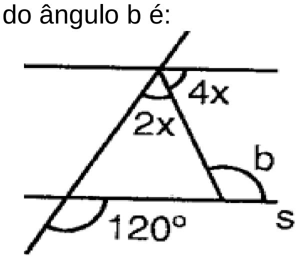
18) Dois ângulos opostos pelo *vértice* medem, em graus, (4m + 10)° e (2m + 30)°. O complemento de cada um desses ângulos é

a) 30° b) 40° c) 50° d) 70° e) 80°

19) (Cesgranrio) Duas retas paralelas são cortadas por uma transversal, de modo que a soma de dois dos ângulos agudos formados *vale* 72°. Então, qualquer dos ângulos obtusos formados mede :

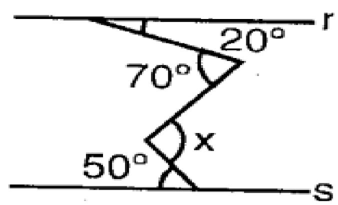
a)142° b) 144° c) 148° d) 150° e) 152°

20) (UFGO) Na figura abaixo, as retas r e s são paralelas.A medida do ângulo b é:



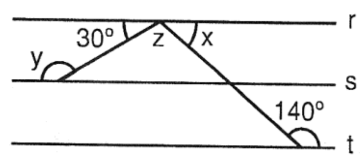
a) 100°
b) 120°
c) 110°
d) 140°
e) 130°

21) As retas r e s são paralelas. Então, o valor de x é:



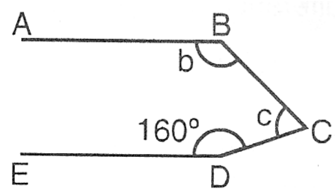
a) 100°
b) 120°
c) 110°
d) 140°
e) 130°

22) As retas r, s e t da figura abaixo são paralelas entre si. Sendo x, y, e z as medidas, em graus, dos ângulos indicados, a soma x + y + z é igual a



a) 180°
b) 200°
c) 240°
d) 300°
e) 360°

23) Na figura abaixo, AB e DE são segmentos paralelos. Para D = 160°, podemos afirmar que a soma das medidas dos ângulos B e C é igual a



a) 160°
b) 180°
c) 200°
d) 210°
e) 360°

24) (PUC-SP) Considere a sentença:
"Num plano, se duas retas são ... , então toda reta ... a uma delas é ... à outra."

A *alternativa* que preenche CORRETAMENTE as lacunas é

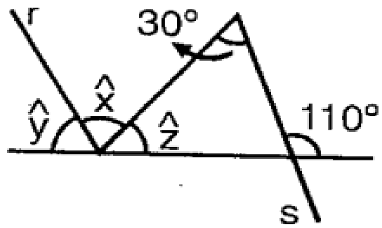
a) paralelas - perpendicular - paralela
b) perpendiculares - paralela - paralela
c) perpendiculares - perpendicular - perpendicular
d) paralelas - paralela - perpendicular
e) perpendiculares - paralela - perpendicular

25) Considere o segmento AB = 12 cm e seja M um ponto do prolongamento de AB. Calcule á medida de MB para que a razão $\frac{MA}{MB}$ seja 25.

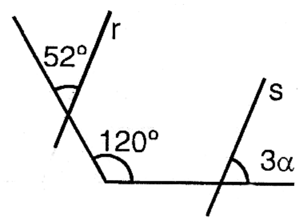
26) Calcule a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio quando está marcando

a) 10 horas e 35 minutos;
b) 3 horas e 40 minutos.

27) Na figura r // s . Calcule $\widehat{x}, \widehat{y}$ e $\widehat{z}$.



28) Calcule α na figura, sabendo que r // s



GABARITO
a) 1, 3, 16, 19, 20 **b)** 11, 17, 18 **c)** 6, 23 **d)** 4, 8, 9, 15, 21, 22 **e)** 5, 7, 10, 12, 13, 14, 24 **25)** 0,5 cm **26)** a) 107° 30' b) 130° **27)** x = 30°, y = 70° e z = 80° **28)** 22°40'