

## 7- Probabilidade da união de dois eventos

Sejam A e B eventos de um mesmo espaço amostral  $\Omega$ . Vamos encontrar uma expressão para a probabilidade de ocorrer o evento A ou o evento B, isto é, a probabilidade da ocorrência do evento  $A \cup B$ .

A fórmula geral é:  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ .

Observação: o evento  $A \cap B$  representa a ocorrência simultânea dos eventos A e B. Sendo assim, quando este evento for igual a zero, significa que A e B são eventos mutuamente exclusivos e  $p(A \cap B)$  será zero.

### Exercícios (União de dois eventos)

- 1) Numa urna existem bolas numeradas de 1 a 17. Qualquer uma delas tem a mesma chance de ser retirada. Qual é a probabilidade de se retirar uma bola cujo número seja:
  - a) Par?
  - b) Primo?
  - c) Par ou primo?
  - d) Par e primo?
  - e) Nem par nem primo?
  - f) Par mas não primo?
  - g) Primo mas não par?
- 2) No lançamento de dois dados perfeitos, qual é a probabilidade de se obter soma 8 ou números iguais nas faces superiores?
- 3) Numa classe há 16 homens e 20 mulheres, dos quais metade dos homens e metade das mulheres têm cabelos castanhos. Ao escolher um aluno ao acaso, qual é a probabilidade de que seja homem ou tenha cabelos castanhos?
- 4) Uma moeda e um dado são lançados simultaneamente. Qual é a probabilidade de se obter “cara” ou um 6?
- 5) Uma carta é retirada ao acaso de um baralho de 52 cartas e, ao mesmo tempo, uma moeda é lançada. Qual é a probabilidade de se obter:
  - a) Carta vermelha e cara?
  - b) Carta vermelha ou cara?
  - c) Carta de figura (dama, valete, rei) e coroa?
  - d) Carta de figura ou coroa?
- 6) Uma carta é retirada ao acaso de um baralho de 52 cartas. Qual é a probabilidade de a carta retirada ser:
  - a) Copas?
  - b) Dama?
  - c) Copas ou dama?
  - d) Copas e dama (dama de copas)?
  - e) Não copas?
  - f) Não dama?
  - g) Nem copas nem dama?

## Gabarito

- 1) .
  - a)  $8/17$
  - b)  $7/17$
  - c)  $14/17$
  - d)  $1/17$
  - e)  $3/17$
  - f)  $7/17$
  - g)  $6/17$
- 2) 27,78%
- 3) 72,2%
- 4) 58,3%
- 5) .
  - a) 25%
  - b) 75%
  - c) 11,5%
  - d) 61,5%
- 6) .
  - a) 25%
  - b) 7,7%
  - c) 30,8%
  - d)  $1/52$
  - e) 75%
  - f) 92,3%
  - g) 69,2%

## 8- Probabilidade condicional

É um segundo evento de um espaço amostral que ocorre em um evento depois que já tenha ocorrido o primeiro.

Para melhor compreensão do que seja probabilidade condicional, considere um espaço amostral  $\Omega$  finito não vazio e um evento  $A$  de  $\Omega$ , se quisermos outro evento  $B$  desse espaço amostral  $\Omega$ , essa nova probabilidade é indicada por  $P(B / A)$  e dizemos que é a probabilidade condicional de  $B$  em relação a  $A$ .

Essa probabilidade condicional irá formar um novo espaço amostral, pois agora o espaço amostral será  $A$  e os elementos do evento  $B$  irão pertencer a  $B \cap A$ .

Para calcular a probabilidade  $P(B / A)$  deve-se seguir o mesmo raciocínio da fórmula  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$ , portanto

$$p\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{n(B \cap A)}{n(A)} \quad \text{ou} \quad P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

### EXEMPLO:

Uma família planejou ter 3 crianças. Qual é a probabilidade de que a família tenha 3 homens, já que a primeira criança que nasceu é homem?

### Resolução:

Nesse caso, chamando  $M$ : mulher e  $H$ : homem, temos:  $\Omega = \{HHH, HHM, HMM, MMM, MMH, MHH, HMM, MHM\} \rightarrow n(\Omega) = 8$ .

Evento  $A$ : a família tem 3 homens  $\rightarrow A = \{HHH\}$

Evento  $B$ : a primeira criança é homem  $\rightarrow B = \{HHH, HHM, HMH, HMM\}$

$A \cap B = \{HHH\}$ ;  $p(A \cap B) = 1/8$ ;  $p(B) = 4/8 = 1/2$

$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{1/8}{1/2} = 1/4$

$p(B) = 1/2$

### Exercícios (Probabilidade Condicional)

- 1) Jogam-se dois dados. Qual é a probabilidade de se obter o 4 no primeiro dado, se a soma dos resultados é 9?
- 2) Uma moeda é lançada três vezes. Determine a probabilidade de se obter:
  - a) 3 caras
  - b) 3 caras, dado que a primeira é cara
  - c) Exatamente 2 caras
  - d) 2 caras, dado que a primeira foi coroa
  - e) Cara no 2º lançamento, dado que 2 coroas e 1 cara foram obtidas
  - f) Cara no 2º lançamento, dado que 3 caras foram obtidas
  - g) Cara no 2º lançamento, dado que pelo menos 1 cara foi obtida.
- 3) Uma família planeja ter 3 crianças. Qual é a probabilidade de que a família tenha exatamente 2 meninas, dado que a primeira criança que nasceu é menina?
- 4) Numa cidade, 20% da população são mulheres que não podem votar (menores de 16 anos). Se 60% da população são mulheres, qual é a probabilidade de que uma mulher selecionada ao acaso não possa votar?
- 5) (PUC-SP) Para ter acesso às informações de sua conta bancária, um usuário utiliza um terminal de computador, no qual ele deverá digitar seu código secreto, formado por quatro dígitos, numa determinada ordem. O usuário não se lembra exatamente do código secreto, mas lembra que o código não tem dígitos repetidos, os dígitos estão em ordem crescente e o número formado pelos dígitos é maior do que 4000.
  - a) Qual é a probabilidade de ele digitar o código corretamente na primeira tentativa?
  - b) Tendo errado em duas tentativas, qual é a probabilidade de ele acertar o código na terceira tentativa?

### Gabarito

- 1)  $\frac{1}{4}$
- 2) .
  - a)  $\frac{1}{8}$
  - b)  $\frac{1}{4}$
  - c)  $\frac{3}{8}$
  - d)  $\frac{1}{4}$
  - e)  $\frac{1}{3}$
  - f) 1
  - g)  $\frac{4}{7}$
- 3)  $\frac{1}{2}$
- 4) 33,3%
- 5) .
  - a)  $\frac{1}{15}$
  - b)  $\frac{1}{13}$