

## Capítulo 4

### Sistemas Lineares

#### 1- Introdução

Observe as seguintes equações:

$$2x - y = 5 \quad 4x - 3y + z = 0$$

Cada equação acima é do tipo  $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$ , em que  $x_1, x_2, \dots, x_n$  são as variáveis;  $a_1, a_2, \dots, a_n$  e  $b$  são coeficientes reais, sendo que  $b$  é chamado de coeficiente independente.

#### 2- Sistema Linear

Um conjunto de  $m$  equações lineares nas variáveis  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  é dito sistema linear de  $m$  equações e  $n$  variáveis. Dessa maneira, temos:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x + y = 4 \end{cases} \text{ é um sistema linear com duas equações e duas variáveis}$$

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ -3x + 4y = 1 \end{cases} \text{ é um sistema linear com duas equações e três variáveis.}$$

#### 3- Técnicas de resolução

Por diferentes métodos podemos resolver sistemas lineares.

##### Método da substituição

O método da substituição consiste em isolar uma incógnita em qualquer uma das equações, obtendo igualdade com um polinômio. Então deve-se substituir essa mesma incógnita em outra das equações pelo polinômio ao qual ela foi igualada.

##### Método da soma

O método da soma é o mais direto para se resolverem os sistemas, pois é uma forma simplificada de usar o método da substituição. Só é possível quando as equações são dispostas de forma que, ao subtrair ou somar os polinômios das equações, todas as incógnitas, exceto uma, se anulam. É mais simples e direto que o outro método

##### Método da comparação

Consiste em compararmos as duas equações do sistema, após termos isolado a mesma variável ( $x$  ou  $y$ ) nas duas equações. E as equações ficam mais detalhadas.

#### 4- Classificações

**Sistema Possível e Determinado (SPD):** ao ser resolvido encontraremos uma única solução, isto é, apenas um único valor para as incógnitas. O sistema a seguir é considerado um sistema possível e determinado, pois a única solução existente para ele é o par ordenado (4,1).

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

**Sistema Possível e Indeterminado (SPI):** esse tipo de sistema possui infinitas soluções, os valores de x e y assumem inúmeros valores. Observe o sistema a seguir, x e y podem assumir mais de um valor, (0,4), (1,3), (2,2), (3,1) e etc.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 0x - 0y = 0 \end{cases}$$

**Sistema Impossível (SI):** ao ser resolvido, não encontraremos soluções possíveis para as incógnitas, por isso esse tipo de sistema é classificado como impossível. O sistema a seguir é impossível.

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ x + y = 5 \end{cases}$$